

# Advanced Data Envelopment Analysis<sup>i</sup>

Harald Dyckhoff<sup>ii</sup> und Heinz Ahn<sup>iii</sup>

## Überblick

- Im Rahmen der DEA führt die Notwendigkeit zur Auswahl und Interpretation der zu berücksichtigenden Inputs und Outputs zu einer Reihe von Problemen, für deren Bewältigung bislang kein allgemein akzeptiertes Lösungskonzept existiert.
- Um ein solches Konzept abzuleiten, ist das theoretische Fundament der DEA zu erweitern. Hierzu bietet sich die entscheidungsorientierte Produktionstheorie an.
- Ihre Zugrundelegung lässt deutlich werden, dass über eine modelltheoretisch verallgemeinerte DEA hinaus der Denkraum zur Messung der relativen Performance produktiver Einheiten zu erweitern ist.
- Daraus leitet sich die *Advanced DEA* ab. Diese Methodik legt die im Rahmen eines fundierten DEA-Einsatzes zu bewältigenden Aufgaben systematisch offen und trägt so zur Validität der Performancemessung bei.

## Gliederung

- A. Einleitung
- B. Problematik der Bestimmung der Inputs und Outputs im Rahmen der DEA
  - I. Zentrale Probleme und bisherige Ansätze zu ihrer Bewältigung
  - II. Paradigmatische Schwäche der Ansätze zur Problembewältigung
- C. Umfassendere theoretische Fundierung der DEA
  - I. Die entscheidungsorientierte Produktionstheorie als fruchtbare Basis
  - II. Modelltheoretische Verallgemeinerung der DEA
  - III. Aufwand- und Ertragsfunktionen
- D. Advanced DEA (<sup>iv</sup>aDEA) als erweiterte Methodik der Performanceanalyse
  - I. CCR- und BCC-Basismodelle im Lichte der aDEA
  - II. Überwindung zentraler Probleme der DEA mittels aDEA
- E. Resümee

---

<sup>i</sup> Der Beitrag entstand im Rahmen des DFG-geförderten Forschungsprojekts „Advanced Data Envelopment Analysis: Methodik des Performance Measurement mit einem verallgemeinerten anwendungsorientierten DEA-Konzept“. Wir bedanken uns an dieser Stelle für die Unterstützung durch die DFG.

<sup>ii</sup> Prof. Dr. Harald Dyckhoff, Lehrstuhl für Unternehmenstheorie, Nachhaltige Produktion und Industrielles Controlling, RWTH Aachen University, Templergraben 64, D-52056 Aachen.

<sup>iii</sup> Prof. Dr. Heinz Ahn, Institut für Controlling und Unternehmensrechnung, TU Braunschweig, Pockelsstr. 14, D-38106 Braunschweig.

## A. Einleitung

30 Jahre nach dem Pionierbeitrag von Charnes, Cooper und Rhodes (1978) ist die Data Envelopment Analysis (DEA) ein mittlerweile weltweit bekanntes Instrument zur Messung der relativen Effizienz produktiver Einheiten (PE), wie Cook und Seiford (2009) in ihrem aktuellen Rückblick feststellen. Über 3000 Dissertationen und wissenschaftliche Aufsätze in begutachteten Fachzeitschriften<sup>1</sup> zeugen vom hohen Stellenwert, welcher der DEA von Seiten der Forschung eingeräumt wird. Nicht wenige Beiträge behandeln dabei Anwendungen der DEA auf praktische Problemstellungen. Allerdings handelt es sich bei den meisten dieser Anwendungen um einmalige Fallstudien unter maßgeblicher wissenschaftlicher Leitung. Beispiele dafür, dass die DEA *dauerhaft* betriebliche Entscheidungsprozesse unterstützt, sind immer noch Mangelware.

Das verwundert sehr, existieren doch schon seit längerem einschlägige Lehrbücher international anerkannter Fachleute.<sup>2</sup> Darüber hinaus gibt es ein breites Angebot an DEA-Software.<sup>3</sup> Der maßgebliche Grund für die Zurückhaltung der Praxis liegt denn wohl auch eher in der methodischen Komplexität und den daraus resultierenden Problemen der Datengewinnung, -aggregation und -interpretation. In jeder dieser drei Phasen ist der DEA-Anwender einer Reihe von Fallstricken ausgesetzt, welche die Aussagekraft der Ergebnisse erheblich beeinträchtigen können. Dass hiervon nicht nur unbedarfte Anwender betroffen sind, zeigen Beispiele aus begutachteten Fachzeitschriften. So werden etwa zwecks stärkerer Ergebnisdiskriminierung hoch korrelierte Inputs bzw. Outputs eliminiert,<sup>4</sup> ohne die – potenziell signifikante – Auswirkung dieses Vorgehens auf die Effizienzwerte zu prüfen. In anderen Fällen werden implizit konstante Skalenerträge unterstellt,<sup>5</sup> obwohl der jeweilige Sachverhalt die Existenz abnehmender Skalenerträge sehr nahe legt.

Beide hier beispielhaft aufgeführten Knackpunkte finden sich auch in einem Überblicksaufsatz von Dyson et al. (2001) wieder. Ihr Beitrag „Pitfalls and protocols in DEA“ beinhaltet eine systematische Zusammenstellung üblicher Fallstricke, verbunden mit Vorschlägen zu ihrer Umgehung. Soweit diese Vorschläge dabei unmittelbar an den Problemursachen ansetzen, lassen sich die entsprechenden Fallstricke leicht vermeiden; dazu gehört etwa die Empfehlung, die Elimination von Inputs bzw. Outputs allein auf Basis von Korrelationen zu unterlassen.

Anders verhält es sich aber etwa mit dem Problem der Berücksichtigung unerwünschter Outputs, also beispielsweise Abfall bei Industriebetrieben oder verstorbene (an Stelle geheilter) Patienten in Krankenhäusern. Seine eigentliche Ursache liegt im DEA-Konzept begründet: Es postuliert, dass der Output jeglicher Objekte generell erwünscht und umgekehrt ihr Input generell unerwünscht ist. Anstatt aber nun an dieser Ursache anzusetzen, zielen diverse Vorschläge zur Problemlösung darauf ab, im Rahmen normativer Datentransformationen<sup>6</sup> un-

erwünschten Output eines Prozesses in solche Größen umzuwandeln, die als erwünschter Output oder als unerwünschter Input interpretiert und einer traditionellen DEA unterzogen werden. Damit wird das Problem jedoch nur verlagert, weil keiner der Vorschläge ohne Schwächen ist. So konstatieren Dyson et al. (2001, S. 252) in diesem Zusammenhang denn auch: „A general protocol is still unclear“.

Die Unerwünschtheit von Outputs ist nur ein Beispiel aus einer bestimmten Kategorie von Problemen, die im Fokus unseres Beitrags stehen. Charakteristisch für diese Probleme ist zum einen, dass sie aus der Notwendigkeit zur Auswahl und Interpretation von Kriterien zur Effizienzmessung resultieren. Zum anderen sind die existierenden Vorschläge zur Problemlösung – wie soeben exemplarisch skizziert – unbefriedigend, da sie nicht am DEA-Konzept als eigentlicher Problemursache ansetzen. Zwar wird die Thematik erfreulicherweise in jüngerer Zeit verstärkt aufgegriffen; so erörtern Hammerschmidt, Wilken und Staat (2009, S.?) systematisch „Aspekte der Datenbeurteilung, die bereits vor der Durchführung der ‚eigentlichen‘ DEA behandelt werden müssen“. Die von ihnen zitierte und ebenfalls monierte „absence of a convincing model-building methodology for the user of DEA“<sup>7</sup> stellt jedoch nach wie vor das zentrale Defizit dar.

Zur Beseitigung dieses Defizits muss insbesondere die Bestimmung der Inputs und Outputs beziehungsweise der relevanten Effizienzkriterien konzeptionell in die DEA-Methodik integriert werden. Diese Forderung kann nicht einfach durch eine weitere Variante der üblichen Erweiterungen einzelner DEA-Modelle umgesetzt werden. Vielmehr lässt erst die Schaffung einer breiteren theoretischen Basis der DEA die entsprechenden Fallstricke transparent und damit beherrschbar werden.

Vor diesem Hintergrund zielt der Beitrag darauf ab, den traditionellen Denkraum der DEA zu erweitern, um darauf aufbauend die DEA-Methodik systematisch und problemadäquat weiterentwickeln zu können. Ausgehend von einer Diskussion zentraler Probleme der Input/Output-Bestimmung und damit verbundener Lösungsansätze wird dazu in Abschnitt B ausgeführt, inwiefern die traditionelle Produktionstheorie als bisherige Basis der DEA zu kurz greift. Als erweiterter Ansatz bietet sich die entscheidungsorientierte Produktionstheorie an, welche in Abschnitt C beschrieben und auf die DEA übertragen wird. Dies ermöglicht die Formulierung verallgemeinerter DEA-Modelle, welche explizit zwischen Input und Output einerseits sowie den relevanten Effizienzkriterien andererseits unterscheiden. Die daraus resultierenden Erkenntnisse machen deutlich, dass der fundierten Ableitung von Kriterien zur Performancemessung erhebliche Bedeutung zukommt. Dem trägt als Weiterentwicklung der DEA die Methodik der sogenannten *Advanced DEA* Rechnung, deren Konzept in Abschnitt D vorgestellt und konkretisiert wird.

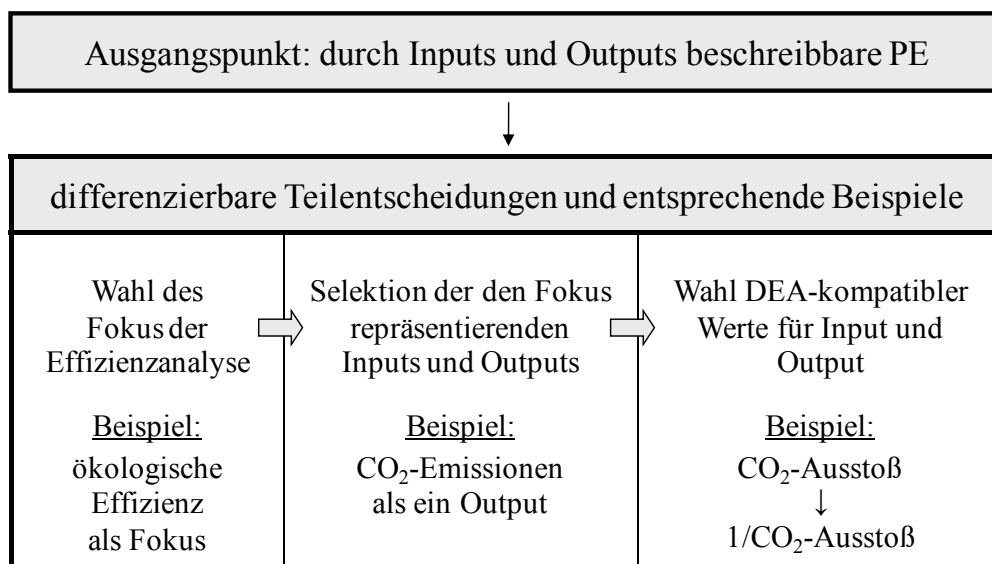
## B. Problematik der Bestimmung der Inputs und Outputs im Rahmen der DEA

### I. Zentrale Probleme und bisherige Ansätze zu ihrer Bewältigung

Abhandlungen zur DEA vermitteln bisweilen den Eindruck, die DEA komme ohne subjektiv zu treffende Annahmen bzw. Präferenzinformationen aus. Vereinzelt wird dies sogar als *das* Charakteristikum der DEA, insbesondere in Abgrenzung zur (präskriptiven) multikriteriellen Entscheidungstheorie, explizit herausgestellt.<sup>8</sup> Dass dem keineswegs so ist, wird spätestens dann klar, wenn alternative DEA-Modelle mit ihren jeweiligen Prämissen zur Auswahl stehen. Beispielsweise besitzt der DEA-Anwender einen beträchtlichen Entscheidungsspielraum bezüglich des für die Ergebnisse zentralen Maßes für den Abstand einer ineffizienten PE zum effizienten Rand.<sup>9</sup>

Auch die Bestimmung der zu berücksichtigenden Inputs und Outputs ist ein subjektiver Akt, der auf Präferenzen des DEA-Anwenders beruht.<sup>10</sup> Im Rahmen der (traditionellen) DEA lassen sich dabei gemäß Abbildung 1 drei aufeinander aufbauende Teilentscheidungen differenzieren. Diese werden nachfolgend hinsichtlich ihrer Problemstellung und entsprechender Lösungsansätze erörtert. Orientiert an der abnehmenden Thematisierung der Teilentscheidungen in der Literatur wird mit Blick auf den in Abbildung 1 dargestellten Zusammenhang von rechts nach links vorgegangen.

Abb. 1: Bestimmung der Inputs und Outputs als subjektiver Akt



## Wahl DEA-kompatibler Werte für Input und Output

Die Art der Transformation von Input- bzw. Outputausprägungen in DEA-kompatible Werte steht immer dann zur Entscheidung an, wenn erwünschter Input oder unerwünschter Output berücksichtigt werden soll. Letzter Sachverhalt wurde bereits in der Einleitung angesprochen. Demnach geht die DEA grundsätzlich von der Erwünschtheit aller betrachteten Outputgrößen aus, d.h. sie ist auf die Maximierung von Outputs ausgerichtet. Diese Fixierung wird zum Problem, wenn etwa zwecks Vergleich der Ökoeffizienz von Kraftwerken deren CO<sub>2</sub>-Ausstoß herangezogen werden soll. Aus produktionstheoretischer Sicht handelt es sich zweifellos um einen Output (und keinen Input), denn CO<sub>2</sub> resultiert als Kuppelprodukt aus dem Transformationsprozess der Stromerzeugung bei der Verbrennung des Kohlenstoffs fossiler Energierohstoffe mittels Sauerstoff. Um das Klima zu schützen, ist allerdings – entgegen der üblichen Annahme der traditionellen Produktionstheorie – der Output an CO<sub>2</sub> unerwünscht, d.h. er soll minimiert (und nicht maximiert) werden.

Ein analoges Problem kann sich in Bezug auf den Input ergeben. Zwar sind z.B. fossile Energierohstoffe wegen ihrer Knappheit bei der Verbrennung als Input sparsam einzusetzen, d.h. wie jeder Güterverzehr zu minimieren. Falls jedoch an Stelle fossiler Brennstoffe (wie etwa Braunkohle) Müll verbrannt wird, ist die Vernichtung des Mülls als Einsatzstoff des Transformationsprozesses durchaus erwünscht. Müll stellt bei Müllverbrennungsanlagen sogar einen zu maximierenden statt zu minimierenden Input dar. Dieser Umstand bereitet bei der DEA konzeptionell die gleichen Schwierigkeiten wie umgekehrt der zu minimierende Output an umweltschädlichen Emissionen.<sup>11</sup>

Bisherige Ansätze zur Problemlösung beruhen fast ausschließlich auf normativen Datentransformationen. So werden im Rahmen der üblichen DEA-Modelle die Ausprägungen unerwünschten Outputs

- von einer hinreichend großen Konstante subtrahiert,
- durch ihre inversen Werte ersetzt oder
- als Inputausprägungen umgedeutet,

um auf diese Weise DEA-konforme Bewertungskriterien zu generieren.<sup>12</sup> Daneben existieren auch spezielle DEA-Modelle,<sup>13</sup> die letztlich ebenfalls Datentransformationen vornehmen, ohne sie theoretisch schlüssig zu begründen.

An einem einfachen Zahlenbeispiel verdeutlichen Dyson et al. (2001, S. 251f.), dass die Effizienz von PE sehr stark vom zugrunde gelegten Transformationsansatz abhängig sein kann. Damit kommt der entsprechenden Auswahlentscheidung eine hohe Bedeutung zu. Abgesehen von individuellen Schwächen der Ansätze (z.B. wird eine Intervallskala durch Invertierung zerstört) liegt das grundsätzliche Problem darin, dass im Rahmen der DEA-Methodik nicht auf objektive Kriterien zur Wahl eines Transformationsansatzes zurückgegriffen werden

kann. Das Ergebnis der Effizienzbewertung ist damit mehr oder weniger der Beliebigkeit bzw. Manipulierbarkeit ausgesetzt.

### Selektion der Inputs und Outputs

Ähnliches gilt im Hinblick auf die vorgelagerte Entscheidung darüber, welche Inputs und Outputs überhaupt der Bewertung zugrunde gelegt werden sollen. Wie groß der Spielraum bezüglich dieser Selektionsentscheidung ist, machen Beispiele deutlich, in denen ein und dasselbe Kriterium einerseits als Input, andererseits als Output herangezogen wird. So finden Drittmittel als Kriterium zur Messung der Effizienz universitärer Institutionen in Großbritannien bei Athanassopoulos und Shale (1997) als Input, bei Johnes und Johnes (1995) als Output Verwendung. Ferner werden Sicht- und Termineinlagen zur Messung der Performance im Bankensektor von Garbaccio, Hermalin und Wallace (1994) als Input, von Ferrier und Lovell (1990) als Output herangezogen. Weitere Beispiele für Kriterien, deren Charakter als Input oder Output nicht eindeutig bestimmbar ist, listen Cook und Zhu (2007, S. 692f.) auf.

Zur Bewältigung der Problematik werden in der Literatur verschiedene Wege eingeschlagen. Als pragmatisch lässt sich der Ansatz kennzeichnen, alternative Berechnungen durchzuführen und gegenüberzustellen. Beispielsweise bezieht Fandel (2007) Drittmittel alternativ als Input, als Output und darüber hinaus auch als Zwischenprodukt in seine Berechnungen der Forschungseffizienz deutscher Universitäten ein. Gegenüber diesem, auf den Einzelfall bezogenen Vorgehen wird speziell im Bankensektor zwischen verschiedenen Produktionsmodellen differenziert.<sup>14</sup> Vom jeweils zugrunde gelegten Modell leitet sich der Status von Sicht- und Termineinlagen als Input oder Output ab. Bemühungen zur Verallgemeinerung dieser branchenspezifischen Überlegungen sind uns allerdings nicht bekannt. Daher bleibt zu befürchten, dass zumindest dem unbedarften DEA-Anwender das Problem der Input-Output-Bestimmung erst gar nicht bewusst wird. Die denkbaren Auswirkungen dieses Sachverhalts auf die Validität von DEA-Ergebnissen liegen auf der Hand.

Erst in neuerer Zeit werden methodisch orientierte Ansätze zur Klassifizierung von Kriterien als Input oder Output vorgeschlagen. Diesbezüglich präsentieren Cook und Zhu (2007) zwei Alternativen zur Erweiterung von DEA-Modellen. Ausgangspunkt der ersten Variante ist die Sicht der einzelnen PE: Ob ein Kriterium als Input oder Output Berücksichtigung findet, wird dabei zunächst für jede PE so bestimmt, dass sich ihr höchstmöglicher Effizienzgrad ergibt; die mehrheitliche Wahl aller PE entscheidet dann über den endgültigen Status eines Kriteriums. Bei der zweiten Variante wird für jedes betroffene Kriterium eine über alle PE aggregierte Effizienz ermittelt, und zwar für den Input- und den Outputfall; hier resultiert der letztendliche Kriteriencharakter aus dem höheren der beiden sich ergebenden Effizienzwerte. Prinzipiell ist die Einsicht von Cook und Zhu zu begrüßen, die Bestimmung des Status von Effizienzkriterien in die DEA-Methodik einzubinden. Die Schwäche ihrer beiden, durch *ad*

*hoc*-Maßnahmen charakterisierten und nicht in der Sache begründeten Ansätze offenbart sich aber in der Tatsache, dass sie zu unterschiedlichen Ergebnissen führen können.<sup>15</sup> Das Problem ist demnach nicht wirklich gelöst. Die Diskussion über den Kriteriencharakter wird lediglich auf die Diskussion über die anzuwendende Methodik verlagert.

### Fokus der Effizienzanalyse

Der Input/Output-Selektion ist eine weitere Entscheidung vorgelagert, nämlich die Entscheidung über den Fokus der durchzuführenden Effizienzanalyse. Eine entsprechende Wahl kann explizit getroffen werden, indem etwa die „Umweltperformance“ oder die „Produktionseffizienz“ von PE zum Gegenstand der Untersuchung erkoren wird.<sup>16</sup> In vielen Fällen erfolgt die Wahl des Analysefokus allerdings implizit. Typischerweise geschieht dies im Rahmen der Nichtbeachtung bestimmter Input/Output-Kategorien, also etwa ökologischer Kriterien.

Prinzipiell lässt sich wohl jede PE durch eine Fülle spezifischer Effizienzkennzahlen beschreiben, so dass man an einer Schwerpunktsetzung beim Einsatz der DEA kaum vorbei kommt. Je enger dabei der Fokus gesetzt wird, desto leichter fällt die Auswahl der letztlich zu berücksichtigenden Inputs und Outputs. Geschuldet ist dies nicht zuletzt dem bekannten Sachverhalt, dass nur eine Berücksichtigung relativ weniger Inputs und Outputs (im Vergleich zur Zahl der PE) zu aussagekräftigen DEA-Ergebnissen führt. Allerdings geht mit der Notwendigkeit zur Schwerpunktsetzung eine Beschränkung der Aussagekraft von DEA-Ergebnissen einher: Gemessen wird nämlich lediglich eine *partielle* Effizienz. Dieser Begriff soll zum Ausdruck bringen, dass ermittelte Effizienzwerte stets von den – sei es nun explizit oder implizit – ausgewählten Bewertungskriterien abhängen.

Die DEA ist demnach nicht nur in speziellen Bewertungssituationen,<sup>17</sup> sondern generell als ein Instrument zur Analyse partieller Effizienz(en) zu verstehen, und ihre Ergebnisse sind entsprechend spezifisch zu interpretieren. Allerdings legen die klassischen DEA-Modelle dies nicht offen; erst recht leisten sie keine systematische Unterstützung dabei, explizit einen Fokus zu setzen. Der Beliebigkeit bzw. Manipulation von DEA-Ergebnissen sind dadurch abermals Tür und Tor geöffnet.

## II. Paradigmatische Schwäche der Ansätze zur Problembewältigung

Die vorangegangenen Ausführungen verdeutlichen zweierlei: Einerseits ist es unumgänglich, dass auf Basis von Präferenzinformationen darüber entschieden werden muss, welche Inputs und Outputs einer DEA-Analyse zugrunde gelegt werden. Das gilt selbst dann, wenn ein DEA-Anwender von einem „gegebenen Satz an Inputs und Outputs“ ausgeht: In diesem Fall zieht er nämlich den von jemand anderem zusammengestellten Datensatz einer eigenen Datenrecherche vor und übernimmt damit zwangsläufig dessen spezifische Effizienzansicht. Ande-

rerseits unterstützt die DEA-Methodik nicht umfassend die mit der Input/Output-Bestimmung verbundenen potenziellen Teilentscheidungen. Soweit überhaupt Ansätze vorhanden sind, behandeln sie nur die Symptome einzelner auftretender Probleme, anstatt an ihrer gemeinsamen Ursache anzusetzen.

Worin besteht diese gemeinsame Ursache? Es mag paradox klingen, aber sie besteht darin, dass der DEA die traditionelle Produktionstheorie als Fundament zugrunde gelegt wird. Ein zentrales Element dieser Theorie ist das Bewertungskonstrukt der Pareto-Koopmans-Effizienz, bei dem Produktionsaktivitäten mittels ihrer (zu minimierenden) Inputs und (zu maximierenden) Outputs einer vergleichenden Beurteilung unterzogen werden. Unverkennbar sind hier die Parallelen zum auf das Bewertungskonstrukt der relativen Effizienz abstellenden DEA-Konzept. Von daher bot es sich in der Tat an, die Erkenntnisse der Produktionstheorie für die DEA fruchtbar zu machen. Pionierarbeit haben hier Byrnes, Färe und Grosskopf (1984), Charnes et al. (1985) sowie Färe et al. (1985) geleistet.<sup>18</sup>

Der Nutzbarmachung der traditionellen Produktionstheorie für die DEA sind somit aber mit Blick auf die beschriebene Input/Output-Problematik enge Grenzen gesetzt. Begründet liegt dies in folgenden drei Prämissen der Theorie:

- die Bewertung von Produktionsaktivitäten erfolgt anhand *gegebener* Kriterien;
- als Kriterien sind *nur Inputs und Outputs* der Produktionsaktivitäten relevant;
- dabei ist *Output erwünscht* und *Input unerwünscht*.

Diese Prämissen haben bislang paradigmatischen Charakter, und daher liegt ihre Infragestellung außerhalb des theoretischen Fundaments, auf dem der Mainstream der DEA aufbaut.

Als Konsequenz daraus werden die Probleme der Input/Output-Bestimmung keiner systematischen, theoriebasierten Lösung zugeführt, sondern es werden – wenn überhaupt – Einzelösungen erarbeitet. Diese sind lediglich technokratischer Natur und können insbesondere miteinander in Konkurrenz stehen; die skizzierten Alternativen des Umgangs mit unerwünschtem Output haben das ebenso verdeutlicht wie die beschriebenen Ansätze zur Klärung des Status bestimmter Kriterien als Input oder Output. Dieser Sachverhalt ist nicht nur aus wissenschaftlicher Sicht unbefriedigend, sondern hemmt auch die Verbreitung der DEA in der Praxis.

Um kein Missverständnis aufkommen zu lassen: Wir sehen die traditionelle Produktionstheorie sehr wohl als geeignet an, bestimmte Problemfelder der DEA transparent zu machen und damit einer fundierten Lösung zuzuführen; erwähnt sei nur die Thematik alternativer Skalenertragsformen. Es besteht aber darüber hinaus bislang noch ungenutztes Potenzial zur weitergehenden theoretischen Fundierung der DEA. Hier ist Seiford zuzustimmen, der im Rahmen seiner Bestandsaufnahme zur DEA bereits 1996 (S. 106) zur Erkenntnis gelangt, „that improving the links of DEA with economic theory would be beneficial.“

In diesem Sinne liegt es nahe, die multikriterielle Entscheidungstheorie (MCDM) in die Überlegungen einzubeziehen, greift doch die DEA auf wesentliche Elemente dieser Theorie zurück. Verstehen lässt sich die Messung der relativen Effizienz von PE so als Beurteilung der Güte bzw. Vorzieswürdigkeit von Produktionsaktivitäten; sie stellen die Handlungsalternativen dar, über die Entscheidungsträger disponieren können.<sup>19</sup> In der Literatur wurde dieser Zusammenhang bereits im Rahmen der Diskussion über die Anknüpfungspunkte zwischen DEA und MCDM aufgegriffen. Dabei haben sowohl Belton und Stewart (1999) als auch Doyle und Green (1994) ausführlich Gemeinsamkeiten und Unterschiede zwischen beiden Forschungsströmungen beschrieben. Joro, Korhonen und Wallenius (1998) haben darüber hinaus nicht nur ein detailliertes Verständnis der strukturellen (mathematischen) Beziehungen zwischen der DEA und der multikriteriellen Linearen Programmierung (MOLP) entwickelt, sondern auch die vorhandene enge Verwandtschaft vermerkt.<sup>20</sup>

Die Aufarbeitung der aufgezeigten Zusammenhänge durch die DEA-Community erfolgt allerdings nur zögerlich und führt nicht immer zu wesentlichen Fortschritten. So werden in formaler Hinsicht unter anderem zwei Aspekte erörtert, und zwar die Möglichkeit „[to] replace DMU by alternatives“ as well as “criteria to be maximised by outputs, criteria to be minimised by inputs”<sup>21</sup>. Der erstgenannte Aspekt umschreibt die Verschiebung des DEA-Einsatzzwecks von „monitoring and control“ (von PE) hin zu „evaluation and choice“ (von Handlungsalternativen); dem steht zumindest prinzipiell nichts entgegen, was in einer steigenden Zahl entsprechend neu ausgerichteter DEA-Anwendungen zum Ausdruck kommt.<sup>22</sup> Im Unterschied dazu resultiert aus dem zweiten Aspekt – sozusagen „im Kurzschluss“ zu maximierende Kriterien mit Outputs und zu minimierende mit Inputs gleichzusetzen – ein zentraler Engpass für die wünschenswerte gegenseitige Befruchtung von DEA und MCDM.<sup>23</sup> Das verwundert nicht, spiegeln sich darin doch eben jene der DEA zugrunde liegenden Prämissen wider, die zuvor als problematisch identifiziert wurden. Die Literatur zur Verknüpfung von DEA und MCDM bleibt insoweit dem traditionellen DEA-Denkrahmen verhaftet.

Aufbauend auf Joro, Korhonen und Wallenius (1998) schlagen demgegenüber Halme et al. (1999) neuartige Wege vor, wie unter Beibehaltung des traditionellen Input-Output-Verständnisses die Präferenzen des Entscheidungsträgers hinsichtlich der Inputs und Outputs mittels MOLP-Modellen in die DEA inkorporiert werden können.<sup>24</sup> Als solche Modelle sind insbesondere die Modelle der Zielprogrammierung („goal programming“) bekannt, bei denen der Abstand zu einem angestrebten Zielpunkt („goal“) minimiert wird. Dieser entscheidungstheoretische Ansatz ist somit wiederum eng verwandt mit dem von Färe und Grosskopf (2003) entwickelten produktionstheoretischen Konzept der „directional distance function“. Das Konzept sieht für ökologische Effizienzanalysen ausdrücklich die Berücksichtigung zu minimierender („bad“) Outputs vor.

Die genannten, jeweils isoliert zum einen aus der Entscheidungs- bzw. zum anderen aus der Produktionstheorie stammenden Ansätze zur Erweiterung des theoretischen Fundaments und des konzeptionellen Blickwinkels der DEA finden anscheinend bislang innerhalb der engeren DEA-Community kaum ernsthafte Resonanz. Beide setzen allerdings auch nur an der dritten unter den früher genannten Prämissen der traditionellen Produktionstheorie an (Output ist erwünscht, Input unerwünscht). Welche Inputs und Outputs überhaupt relevant sind oder ob gar (noch) andere Kriterien im Hinblick auf die fokussierte partielle Effizienz betrachtet werden müssen, ist mit diesen Ansätzen kaum thematisierbar.

Das trifft dagegen nicht auf das von Dyckhoff und Allen (1997) entwickelte Modell einer „(ecologically) generalised DEA“<sup>25</sup> zu. Zwar thematisieren auch sie bei ihrem neuen Ansatz zur Messung der Ökoeffizienz die beiden ersten Prämissen nicht explizit. Ihrem Modell liegt aber nicht die traditionelle, sondern die (allgemeinere) *entscheidungsorientierte Produktionstheorie*<sup>26</sup> zu Grunde. Im Folgenden soll aufgezeigt werden, wie das dort vorhandene Theoriepotenzial mit Blick auf die Probleme der Input/Output-Bestimmung nutzbar gemacht werden kann. Dazu ist es erforderlich, die oben aufgeführten Prämissen der traditionellen Produktionstheorie aufzulösen und damit einen Paradigmenwechsel einzuleiten. Ziel ist es, auf dem Weg von Auflistungen einzelner „pitfalls and protocols“ hin zu grundsätzlichen Lösungsstrategien ein gutes Stück voranzuschreiten.

### **C. Umfassendere theoretische Fundierung der DEA**

#### **I. Die entscheidungsorientierte Produktionstheorie als fruchtbare Basis**

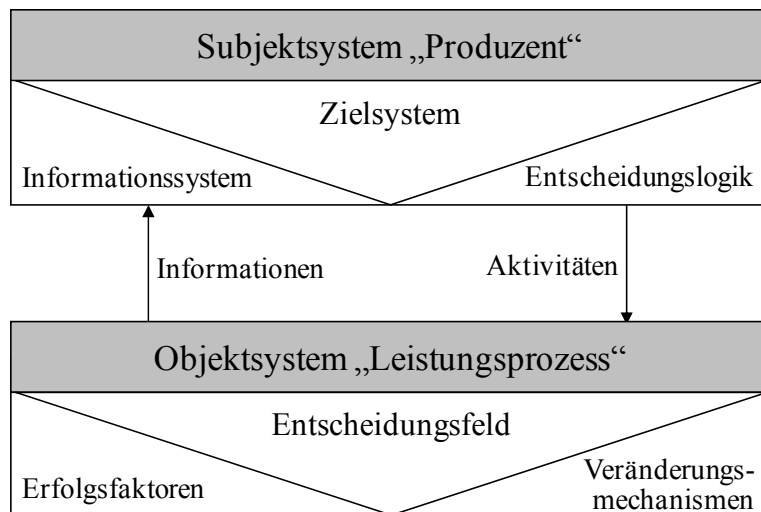
Die Überwindung des zu engen Denkrahmens erfordert mehr als die isolierte Heranziehung der traditionellen Produktionstheorie auf der einen Seite und der Entscheidungstheorie auf der anderen Seite. Sie macht es notwendig, die Effizienzanalyse der Produktion in den allgemeinen Rahmen der Entscheidungstheorie einzubetten. Im Kern geht es darum, dass die Bestimmung der relevanten Inputs und Outputs zum Erkenntnisgegenstand der Produktionstheorie wird. Nur so kann es etwa gelingen, die Frage der Rolle von Drittmitteln bei der Beurteilung der Dienstleistungseffizienz universitärer Institutionen zufrieden stellend zu beantworten. Maßgebend sind dabei stets die individuellen Ziele der Bewertungsinstanz.

Dieser Grundgedanke führt zu einer entscheidungstheoretisch begründeten Produktionstheorie. In Erweiterung des traditionellen Ansatzes ist diese sogenannte entscheidungsorientierte Produktionstheorie dadurch gekennzeichnet, dass sie

- die Transformation von Input in Output grundsätzlich hinsichtlich aller Objekte, Prozesse und Ziele analysiert,
- die Gestaltungsfunktion durch die Analyse von Entscheidungsmodellen integriert und
- den Produzenten als handelndes Subjekt explizit berücksichtigt.<sup>27</sup>

An den Grundbausteinen der Entscheidungstheorie ansetzend, wird dementsprechend die Produktion als Interaktionsprozess zwischen dem Subjektsystem „Produzent“ (oder auch einer anderen Bewertungsinstanz) und dem Objektsystem „Leistungs(erbringungs)prozess“ verstanden.<sup>28</sup> In Anlehnung an Bamberg, Coenenberg und Krapp (2008, S. 1) skizziert Abbildung 2 diesen Zusammenhang.

Abb. 2: Produktion als Interaktionsprozess



Als relevantes Umfeld des Produzenten wird der Prozess der Leistungserbringung in dessen Informationssystem abgebildet, um im Rahmen zielkonformer Aktivitäten in einen wünschenswerten Zustand transformiert zu werden. Der Produktions- oder Leistungsprozess umfasst dabei das Entscheidungsfeld mit den gegebenen Produktionsmöglichkeiten, die Faktoren, welche den Erfolg von Aktivitäten beeinflussen, und die Mechanismen, nach denen der Erfolg sich verändert. Neben diesen objektiven Begrenzungsfaktoren des Handlungsspielraums sind die eigentlichen Entscheidungsdeterminanten im Subjektsystem lokalisiert. Das diesbezügliche Zielsystem des Produzenten beinhaltet die notwendigen Wertprämissen zur zielorientierten Ausrichtung der Informationsgewinnung und zur entscheidungslogischen Informationsverarbeitung. Damit wird der Entscheidung ein subjektives Situationsbild zu Grunde gelegt, das zwar auf objektiven Fakten des Entscheidungsfelds beruht, diese aber nur teilweise und unter Umständen sogar verzerrt wiedergibt.<sup>29</sup>

In formaler Darstellung beinhaltet das Entscheidungsfeld

- den Produktionsraum  $\mathbf{A}$  als die Menge der vom Produzenten durchführbaren Produktionsaktivitäten  $\mathbf{a}$ ;<sup>30</sup>
- den Zustandsraum  $\mathbf{Z}$  als die Menge der möglichen Umfeldzustände  $\mathbf{z}$ ;
- die Ergebnisfunktion  $e(\mathbf{a}, \mathbf{z})$ , welche für jede Aktivität  $\mathbf{a} \in \mathbf{A}$  und jeden Zustand  $\mathbf{z} \in \mathbf{Z}$  die mit dem Zusammentreffen von  $\mathbf{a}$  und  $\mathbf{z}$  verknüpften Konsequenzen (Ergebnisse) angibt.

Die Produktionstheorie geht üblicherweise von Entscheidungen bei Sicherheit aus, und auch die DEA ist in ihrer üblichen Form ein deterministisches Verfahren. Der Zustandsraum besteht dann aus nur einem Element und wird deshalb nachfolgend ignoriert. In den Vordergrund rückt damit der Produktionsraum  $\mathbf{A}$ , welcher eine Teilmenge der Technik  $\mathbf{T}$  bildet.  $\mathbf{T}$  umfasst alle Aktivitäten, die auf Grund des vorhandenen Wissens und der verfügbaren Transformationsverfahren zur Leistungserbringung prinzipiell möglich sind. In der Realität ist das Umfeld jedoch durch das sogenannte Restriktionsfeld  $\mathbf{R}$  situationsbedingt beschränkt. Die tatsächlich durchführbaren Aktivitäten des Produktionsraums ergeben sich so als Durchschnitt  $\mathbf{A} = \mathbf{T} \cap \mathbf{R}$  der technisch möglichen und der den Restriktionen genügenden Aktivitäten.<sup>31</sup>

Für Produktionsaktivitäten als Prozesse der Transformation von Input in Output zwecks Leistungserbringung erhält man eine noch recht allgemeingültige Beschreibung der Ergebnisse einer Aktivität  $\mathbf{a}$  durch die Angabe des zugehörigen Input  $\mathbf{x}$  und Output  $\mathbf{y}$ . Dabei ist allerdings nicht unbedingt offensichtlich, durch welchen Input und Output eine Aktivität zu beschreiben ist. So gibt es verschiedene Verständnisse von Input und Output.<sup>32</sup> Beim sogenannten *Bruttoprinzip* sind Input die für die Transformation dem Prozess zur Verfügung stehenden Objekte, Output umgekehrt die nach dem Prozess verfügbaren Objekte. Demgemäß bilden Potenzialfaktoren (Gebrauchsfaktoren), wie insbesondere Gebäude, Maschinen und Arbeitskräfte, sowohl Input als auch Output des Prozesses. Beim *Nettoprinzip* versteht man dagegen *im engeren Sinn* unter Input nur die dem Prozess zugeführten Repetierfaktoren (Verbrauchsfaktoren) sowie als Output die aus dem Prozess resultierenden Objekte. *Im weiteren Sinn* werden beim Nettoprinzip der gesamte Ressourceneinsatz, d.h. auch das genutzte oder „eingesetzte“ Potenzial der Gebrauchsfaktoren, zum Input sowie alle entstandenen Leistungen und Nebenfolgen zum Output gezählt.

Damit hängt es maßgeblich vom zugrunde gelegten Prinzip ab, welcher Input bzw. Output jeweils abgebildet wird. So bleiben im Rahmen des eng gefassten Nettoprinzips Potenzialfaktoren unberücksichtigt, das heißt, es wird davon abstrahiert, dass sie durch ihre Qualität sowie durch Ort und Zeit ihrer Verfügbarkeit charakterisiert sind.<sup>33</sup> Diesen Aspekten kann dagegen das erweiterte Nettoprinzip Rechnung tragen. Darüber hinaus können auf seiner Basis auch immaterielle Dienstleistungen (als „Output“) abgebildet werden, welche sich mit dem Bruttoprinzip nur schwer modellieren lassen. Das gilt etwa für die bei einer Theateraufführung unmittelbar im Kopf oder Gemüt des Besuchers erbrachte Leistung.

Aus entscheidungstheoretischer Sicht ist nicht nur der Output, sondern ebenso der (zur Verfügung gestellte oder verbrauchte) Input ein Ergebnis bzw. eine Konsequenz der gewählten Produktionsaktivität  $\mathbf{a}$ ,<sup>34</sup> unter der Prämisse sicherer Informationen gilt also:  $(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \mathbf{e}(\mathbf{a})$ . Die Entscheidungstheorie unterstellt dabei, dass jede Handlungsalternative  $\mathbf{a}$  allein an Hand ihrer Ergebnisse  $\mathbf{e}(\mathbf{a})$  beurteilt werden kann. Damit eine Produktionsaktivität vollständig durch die ihr zugeordnete Ergebnisfunktion repräsentiert wird, muss diese die eingesetzten Mittel sowie

die erbrachten Leistungen und entstehenden Nebenfolgen insoweit abbilden, wie sie im Hinblick auf das Zielsystem der Bewertungsinstanz relevant sind. Unabhängig von dem verwendeten Darstellungsprinzip ist folglich davon auszugehen, dass die zu analysierenden Leistungsprozesse mit der Angabe ihres Input  $x$  und ihres Output  $y$  hinreichend detailliert für eine Bewertung ihrer Güte beschrieben sind und keine zusätzlichen Informationen über den Prozess mehr benötigt werden (allerdings wohl über die Präferenzen der Bewertungsinstanz). Auf diese Weise lässt sich jede Produktionsaktivität  $a$  unter der Voraussetzung einer eindeutigen<sup>35</sup> und vollständigen Beschreibung mit ihrer Input/Output-Darstellung  $(x;y)$  identifizieren:<sup>36</sup>  $a \equiv (x;y)$ .

Dabei können Input und Output im Allgemeinen in beliebiger Form beschrieben sein, also beispielsweise auch verbal. Eine formale, mathematische Darstellung in der Gestalt eines mehrdimensionalen Zahlenvektors  $(x;y)$  bedeutet demnach schon eine Einschränkung auf messbare Größen und sollte als Prämisse einer darauf aufbauenden (Effizienz-)Analyse transparent sein. Die traditionelle Produktionstheorie beschränkt sich üblicherweise auf diesen speziellen Fall. Die Technik  $T$ , das Restriktionsfeld  $R$  sowie der Produktionsraum  $A$  bilden dann die technisch möglichen, die den Restriktionen genügenden bzw. die faktisch möglichen Produktionsaktivitäten als Vektoren in einem reellen Zahlenraum ab, dessen Dimensionen in der Regel durch die unterschiedenen Arten von Input und Output definiert sind. Die Präferenzen der Bewertungsinstanz sind in diesem Fall auf dem entsprechenden mehrdimensionalen Zahlenraum (*Input-Output-Raum*) definiert und können mit den bekannten Methoden der Entscheidungstheorie modelliert und analysiert werden.

Wenn etwa der Klimaschutz ein relevantes Ziel ist, muss sich dies in den Ergebnissen der Aktivitäten des Produktionsraums niederschlagen, d.h. durch die Erfassung der Emissionen an klimarelevanten Gasen (Kohlendioxid, Methan u.a.m.). Emissionen sind produktionstheoretisch in jedem Fall Output, d.h. sowohl beim Brutto- als auch beim Nettoprinzip. Im Sinne des Klimaschutzes ist die Emission von  $CO_2$  allerdings schädlich; sie bildet eine unerwünschte Nebenfolge, die es möglichst zu vermeiden gilt. An die Stelle der unmittelbaren Bewertung einer Aktivität anhand ihrer Inputs und Outputs tritt deshalb im Rahmen der entscheidungsorientierten Produktionstheorie eine Bewertung ihrer Konsequenzen auf Basis darauf aufbauender zielbezogener Präferenzen des Produzenten oder einer anderen Bewertungsinstanz. Die traditionelle Produktionstheorie behandelt so gesehen nur denjenigen Spezialfall, bei dem die Präferenzrelation über das Pareto-Koopmans-Dominanzprinzip eindeutig bestimmt ist, wonach bei jeder Objektart *ceteris paribus* weniger Input oder mehr Output vorgezogen wird. Wie Input und Output zu beurteilen und welche Inputs und Outputs überhaupt zu analysieren sind, hängt im Allgemeinen jedoch von den relevanten Zielen ab und ist im Rahmen einer Zielgenerierung und -strukturierung mit geeigneten Verfahren festzustellen.

## II. Modelltheoretische Verallgemeinerung der DEA

Die DEA betrachtet eine bestimmte Menge hinsichtlich ihrer Performance miteinander zu vergleichender *decision making units* (DMU), hier als Produktiveinheiten (PE) bezeichnet und mit  $\rho = 1, \dots, \pi$  nummeriert. Jede PE ist durch die von ihr realisierte Aktivität  $\mathbf{a}^\rho$  charakterisiert, mit bestimmten nichtnegativen Quantitäten  $\mathbf{x}^\rho = (x_1^\rho, \dots, x_m^\rho)^\top$  ihrer  $m$  verschiedenen Inputarten sowie  $\mathbf{y}^\rho = (y_1^\rho, \dots, y_n^\rho)^\top$  ihrer  $n$  verschiedenen Outputarten.<sup>37</sup> Wie zuvor begründet kann die Aktivität und damit auch die PE mit dem zugehörigen Input/Output-Vektor (I/O-Vektor) identifiziert werden:  $\mathbf{a}^\rho = (\mathbf{x}^\rho; \mathbf{y}^\rho)$ . Die Zusammenfassung dieser Vektoren in einer Matrix (I/O-Tabelle)  $\mathbf{M}^\Lambda = (\mathbf{a}^1, \dots, \mathbf{a}^\pi)$  erfasst sämtliche Daten, die für die übliche Effizienzanalyse mit DEA-Basismodellen benötigt werden.<sup>38</sup>

Ein unmittelbarer Effizienzvergleich der  $\pi$  PE mittels sogenannter *free disposal hull*-Modelle (FDH) führt in der Regel nur zu schwachen Effizienzaussagen. Deshalb unterstellt die DEA eine allen PE zu Grunde liegende, zwar unbekannte Produktionstechnik  $\mathbf{T}$ , von der jedoch bestimmte Eigenschaften angenommen werden. Dadurch lassen sich zusätzliche, üblicherweise sogar unendlich viele neue (fiktive) PE generieren, welche dann mit den tatsächlich beobachteten PE verglichen werden können und tendenziell umso schärfer differenzierende Effizienzaussagen erlauben, je restriktiver die angenommenen Technikeigenschaften sind. Eine allen bekannten DEA-Modellen zu Grunde gelegte Eigenschaft ist die Konvexität, eine restriktivere, aber überwiegend gebräuchliche die Linearität.<sup>39</sup>

Gemäß dem *minimal extrapolation principle* werden nur solche neuen Aktivitäten generiert, welche sich aus den  $\pi$  PE mittels der unterstellten Eigenschaften ergeben und so die kleinste damit verträgliche Umhüllung der beobachteten Daten (*data envelopment*) bilden. In der Terminologie der Produktionstheorie ausgedrückt entsprechen die  $\pi$  PE auf diese Weise den in einer „Technikmatrix“  $\mathbf{M}^\Lambda$  zusammengefassten „Grundaktivitäten“, aus denen die *umhüllende* Aktivitätenmenge  $\Lambda^{\text{env}}$  als künstliche (konvexe oder lineare) Technik „endlich generiert“ wird.<sup>40</sup> Dazu definiert man für jede PE  $\rho$  ein nichtnegatives Aktivitätsniveau  $\lambda^\rho$  und darauf aufbauend die Menge  $\Lambda^{\text{env}}$  der für alle PE im Hinblick auf die beabsichtigte Datenumhüllung zulässigen Aktivitätsniveaus.<sup>41</sup> Im Falle einer konvexen Hülle mit *variable returns to scale* (vrs) lautet diese Menge:

$$\Lambda^{\text{vrs}} = \{\boldsymbol{\lambda} \mid \boldsymbol{\lambda} = (\lambda^1, \dots, \lambda^\pi) \in \mathfrak{R}_+^\pi, \sum_{\rho=1}^{\pi} \lambda^\rho = 1\}$$

Im Falle einer nichtnegativen linearen Hülle (konvexer polyedrischer Kegel) mit *constant returns to scale* (crs) lautet sie:

$$\Lambda^{\text{crs}} = \{\boldsymbol{\lambda} \mid \boldsymbol{\lambda} = (\lambda^1, \dots, \lambda^\pi) \in \mathfrak{R}_+^\pi\}$$

Die jeweilige Datenumhüllung berechnet sich dann für „env = vrs“ oder „env = crs“ folgendermaßen:

$$\mathbf{A}^{\text{env}} = \{ \mathbf{a} \mid \mathbf{a} = \mathbf{M}^{\wedge} \boldsymbol{\lambda} = \sum_{\rho=1}^{\pi} \lambda^{\rho} \mathbf{a}^{\rho}, \boldsymbol{\lambda} \in \Lambda^{\text{env}} \} \subset \mathfrak{R}_+^{m+n}$$

Das folgende Beispiel zeigt (als für die DEA uninteressanten Sonderfall) die lineare Umhüllung einer einzelnen PE mit zwei Input- und zwei Outputarten:

$$\mathbf{A}_{\text{Bsp}}^{\text{crs}} = \left\{ \mathbf{a} \mid \mathbf{a} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}, \lambda \geq 0 \right\} \subset \mathfrak{R}_+^4$$

Die I/O-Vektoren  $\mathbf{a}$  beschreiben die Aktivitäten nur hinsichtlich ihrer relevanten Ergebnisse, ohne Aussagen über ihre Güte zu machen. Die modelltheoretische Verallgemeinerung der DEA im Sinne von Dyckhoff und Allen (1997) geht nun davon aus, dass die durch eine Aktivität  $\mathbf{a} = (\mathbf{x}; \mathbf{y})$  bewirkten relevanten Vor- und Nachteile mittels verschiedener Zielkriterien  $\psi_{\zeta}$  (mit  $\zeta = 1, \dots, \xi$ ) vollständig erfasst werden können, welche die Vor- und Nachteile ein und derselben Art  $\zeta$  an Hand einer jeweils zugehörigen Kennzahl  $b_{\zeta}$  kardinal messen, und zwar mittelbar über die Inputs und Outputs:<sup>42</sup>

$$b_{\zeta} = \psi_{\zeta}(\mathbf{a}) = \psi_{\zeta}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \quad (\text{für } \zeta = 1, \dots, \xi) \quad \text{und} \quad \mathbf{b} = \Psi(\mathbf{a}) = \Psi(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \in \mathfrak{R}^{\xi}$$

Für das Beispiel seien drei Zielkriterien mit folgenden Bewertungsfunktionen relevant:<sup>43</sup>

$$\mathbf{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = \Psi(\mathbf{a}) = \begin{pmatrix} \psi_1(\mathbf{a}) \\ \psi_2(\mathbf{a}) \\ \psi_3(\mathbf{a}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_2 \\ 5x_1 + 10x_2 + 25000 \\ (340 - 0,3y_1)y_1 \end{pmatrix}$$

Dabei misst  $b_3$  den jeweiligen Umsatzerlös für die Produktmenge  $y_1$  auf der Basis einer linearen Preis-Absatz-Funktion, während  $b_2$  die Kosten der Mengen  $x_1$  und  $x_2$  beider Produktionsfaktoren erfasst;  $b_1$  beschreibt den Klimaeffekt eines bei der Produktion emittierten Treibhausgases. Aus der obigen linearen Beispielhülle resultiert im Zielraum folgende Bildmenge, die im Gegensatz zu  $\mathbf{A}_{\text{Bsp}}^{\text{crs}}$  nicht konvex ist:

$$\mathbf{B}_{\text{Bsp}}^{\Psi} := \Psi(\mathbf{A}_{\text{Bsp}}^{\text{crs}}) = \left\{ \mathbf{b} \mid \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 40 \\ 340 - 0,3\lambda \end{pmatrix} \cdot \lambda + \begin{pmatrix} 0 \\ 25000 \\ 0 \end{pmatrix}, \lambda \geq 0 \right\} \subset \mathfrak{R}^3$$

Mittels der Bewertungsfunktionen lassen sich die beobachteten I/O-Vektoren  $\mathbf{a}^\rho = (\mathbf{x}^\rho; \mathbf{y}^\rho)$  der PE  $\rho$  in zugehörige Kennzahlenvektoren  $\mathbf{b}^\rho = \Psi(\mathbf{a}^\rho)$  überführen, welche alle Auswirkungen auf die relevanten Ziele beschreiben. Sie können – analog zur Technikmatrix  $\mathbf{M}^A$  – in der Matrix  $\mathbf{M}^B = (\mathbf{b}^1, \dots, \mathbf{b}^\pi)$  zusammengefasst werden. Entsprechend lässt sich auch für sie eine Umhüllung definieren, also für „env = vrs“ bzw. „env = crs“:

$$\mathbf{B}^{\text{env}} = \{\mathbf{b} \mid \mathbf{b} = \mathbf{M}^B \boldsymbol{\lambda} = \sum_{\rho=1}^{\pi} \lambda^\rho \mathbf{b}^\rho, \boldsymbol{\lambda} \in \Lambda^{\text{env}}\} \subset \mathfrak{R}^\xi$$

Für das obige Beispiel mit nur einem Kennzahlenvektor in  $\mathbf{M}^B$  gilt:

$$\mathbf{B}_{\text{Bsp}}^{\text{crs}} = \left\{ \mathbf{b} \mid \mathbf{b} = \lambda \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 25040 \\ 339,7 \end{pmatrix}, \lambda \geq 0 \right\} \subset \mathfrak{R}^3$$

Wegen  $\mathbf{B}_{\text{Bsp}}^{\text{crs}} \neq \mathbf{B}_{\text{Bsp}}^\Psi = \Psi(\mathbf{A}_{\text{Bsp}}^{\text{crs}})$  gibt es in dem Beispiel Punkte aus der Umhüllung  $\mathbf{B}^{\text{env}}$  der Kennzahlenvektoren, die nicht zu  $\Psi(\mathbf{A}^{\text{env}})$  gehören und somit nicht realisierbar zu sein brauchen. Für die praktische Nutzung verallgemeinerter DEA-Modelle ist es deshalb von wesentlichem Interesse, unter welchen Bedingungen folgende Identität zutrifft:

$$\mathbf{B}^{\text{env}} = \Psi(\mathbf{A}^{\text{env}})$$

Mit Blick auf die Definition der beteiligten Mengen trifft diese Identität im Allgemeinen genau dann zu, wenn die mehrdimensionale Bewertungsfunktion folgende Eigenschaft aufweist:

$$\Psi\left(\sum_{\rho=1}^{\pi} \lambda^\rho \mathbf{a}^\rho\right) = \sum_{\rho=1}^{\pi} \lambda^\rho \Psi(\mathbf{a}^\rho)$$

Dies charakterisiert lineare Bewertungsfunktionen:

$$\psi_\zeta(\mathbf{a}) = \psi_\zeta(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \sum_{\kappa=1}^m p_{\zeta, \kappa} x_\kappa + \sum_{\kappa=1}^n p_{\zeta, m+\kappa} y_\kappa \quad (\text{für } \zeta = 1, \dots, \xi)$$

Wie das obige Beispiel für die lineare Umhüllung  $\mathbf{A}_{\text{Bsp}}^{\text{crs}}$  gezeigt hat, ist die Bildmenge  $\Psi(\mathbf{A}^{\text{env}})$  im Zielraum im Allgemeinen nicht linear, nicht einmal mehr konvex, sobald nur eine der  $\xi$  Bewertungsfunktionen  $\psi_\zeta(\mathbf{a})$  nichtlinear ist.<sup>44</sup>

### III. Aufwand- und Ertragsfunktionen

In Bezug auf das Grundmodell der Entscheidungstheorie entspricht der Schritt von  $\mathbf{M}^A$  nach  $\mathbf{M}^B$  bei Bamberg, Coenenberg und Krapp (2008, S. 23 und 36) dem Übergang von der „Ergebnismatrix“ zur „Entscheidungsmatrix“, auch Schaden- oder Nutzenmatrix genannt. Im obigen Beispiel stellen die beiden ersten Kennzahlen in diesem Sinn jeweils einen bestimmten Schaden dar (Klimaeffekt und Produktionskosten), die dritte einen Nutzen (Umsatzerlös). Im Allgemeinen braucht der gewählte Schaden- oder Nutzenmaßstab nicht monetär zu sein. Ewert und Wagenhofer (2008, S. 38) verwenden für „angesichts eines bestimmten Zielplanes und Entscheidungsfeldes resultierende *negative* Konsequenzen [...] einer Aktion“ die Bezeichnung „Kosten I“ sowie „Leistungen I“ für die entsprechenden *positiven* Konsequenzen. Hier soll jedoch stattdessen im Anschluss an Dyckhoff (2006, S. 126) von (*realem*) Aufwand  $k_i$  und (*realem*) Ertrag  $l_j$  gesprochen werden.

Es sei nun generell angenommen, dass die  $\zeta$  Bewertungskriterien wie folgt sortiert und aufgeteilt sind, nämlich (gemäß  $s + r = \zeta$ ) zum einen in  $i = 1, \dots, s$  verschiedene, nichtnegative Aufwandfunktionen  $k_i = \psi_i(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ , zum anderen in  $j = 1, \dots, r$  verschiedene, nichtnegative Ertragsfunktionen  $l_j = \psi_{s+j}(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ . Die Kennzahl  $b_\zeta = k_i$  bemisst also die nachteiligen Folgen der Aufwandsart  $\zeta = i$ , die Kennzahl  $b_\zeta = l_j$  umgekehrt die vorteilhaften Folgen der Ertragsart  $\zeta = s + j$ . Demnach ist der Aufwand  $k_i$  (*ceteris paribus*) umso nachteiliger, je höher er ist. Im Gegensatz dazu werden beim Ertrag  $l_j$  höhere Werte präferiert. Ebenso wie Input und Output können auch die Aufwendungen und die Erträge einer PE  $\rho$  als Vektoren  $\mathbf{k}^\rho = (k_1^\rho, \dots, k_s^\rho)^\top$  und  $\mathbf{l}^\rho = (l_1^\rho, \dots, l_r^\rho)^\top$  zusammengefasst werden. Sie ergeben gemeinsam den zu  $\mathbf{a}^\rho = (\mathbf{x}^\rho; \mathbf{y}^\rho)$  gehörigen Aufwand/Ertrag-Vektor (A/E-Vektor)  $\mathbf{b}^\rho = (\mathbf{k}^\rho; \mathbf{l}^\rho) = \Psi(\mathbf{a}^\rho)$ .

Die Verbrennung einer Menge  $x_1$  an Müll als Input ist regelmäßig erwünscht (Übelverzehr) und stellt somit einen Ertrag dar, der in denselben Masseinheiten (z.B. kg) wie der Müll selber gemessen werden kann:  $l_1 = x_1$ . Im Falle einer Müllverbrennungsanlage, deren Betriebs- oder Leistungszweck (Sachziel) in eben dieser Müllvernichtung besteht, entspricht der Ertrag an entsorgtem Müll der zu erbringenden Hauptleistung (Müll als Redukt). Wenn die dabei zwangsläufig anfallende Abwärme zu einem Teil  $y_1$  als Fernwärme genutzt wird, so bedeutet dies eine Nebenleistung (positive Nebenfolge) und somit ebenfalls einen realen Ertrag, der entsprechend in Energieeinheiten (z.B. kWh) gemessen wird:  $l_2 = y_1$ . Ob die restliche, etwa über einen Kühlturm abtransportierte Fortwärme  $y_2$  ignoriert werden kann, hängt davon ab, inwieweit sie im Sinne eines entscheidungsrelevanten Kriteriums zu einem Umweltaufwand  $k_1 = y_2$  führt oder andernfalls aufwands- und ertragsneutral ist. Diese Beispiele aus dem Umweltschutz zeigen, wie neben erwünschtem Output (an Gütern) auch erwünschter Input (von Übeln) als Ertrag sowie umgekehrt neben unerwünschtem Input („Güterverzehr“) auch unerwünschter Output (von Übeln) als Aufwand verstanden und in realen Maßgrößen mengen- gleich erfasst werden kann.

Im Allgemeinen stimmt die Zahl der Input- und Outputarten ( $m + n$ ) nicht mit derjenigen der Aufwands- und Ertragsarten ( $s + r$ ) überein. Grundsätzlich können es sowohl mehr als auch weniger sein, was sich wieder am Beispiel des Umweltschutzes verdeutlichen lässt. So sind Fluorchlorkohlenwasserstoffe (FCKW) einerseits wegen ihrer schädlichen Einwirkung auf das atmosphärische Ozon („Ozonloch“ über der Antarktis) im Montrealer Protokoll von 1987 aus Produktion und Konsum weltweit weitgehend verbannt worden. Bei einer Ökoeffizienzanalyse müsste ein Output  $y_{\text{FCKW}}$  demnach als Aufwand in der zugehörigen Umweltwirkungskategorie verbucht werden:  $k_{\text{Ozonschild}} = y_{\text{FCKW}}$ . Andererseits trägt die Gruppe der Fluorkohlenwasserstoffe (FKW) gleichzeitig auch zum Treibhauseffekt bei, neben anderen bekannten Treibhausgasen wie Kohlendioxid, Methan und Lachgas. Der Output an FCKW muss also bei zwei verschiedenen Umweltwirkungskategorien jeweils separat als realer Aufwand beachtet werden. Umgekehrt können die negativen Klimaeffekte der Emissionen verschiedener Treibhausgase mittels sogenannter Kohlendioxidäquivalente im Hinblick auf ihre Wirkung auf den Klimawandel in ihrer Gesamtwirkung (*global warming potential*) zusammengefasst werden:

$$k_{\text{GWP}} = y_{\text{CO}_2} + 25y_{\text{Methan}} + 298y_{\text{Lachgas}} + 14800y_{\text{FKW}} + \dots$$

Dies besagt, dass eine Tonne Methan ein etwa 25 Mal stärkeres Treibhauspotenzial hat als eine Tonne Kohlendioxid, die anderen Treibhausgase sogar ein noch viel stärkeres.<sup>45</sup> Es handelt sich wie auch bei den vorangehenden Umweltbeispielen um eine *lineare* Funktion. Lineare Aufwand- und Ertragfunktionen lauten in allgemeiner Formulierung:

$$k_i(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \sum_{\kappa=1}^m c_{i,\kappa} x_{\kappa} + \sum_{\kappa=1}^n c_{i,m+\kappa} y_{\kappa} \quad \text{und} \quad l_j(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \sum_{\kappa=1}^m e_{j,\kappa} x_{\kappa} + \sum_{\kappa=1}^n e_{j,m+\kappa} y_{\kappa}$$

## D. Advanced DEA (aDEA) als erweiterte Methodik der Performanceanalyse

### I. CCR- und BCC-Basismodelle im Lichte der aDEA

Eingeführt und motiviert haben Charnes, Cooper und Rhodes (1978) die DEA, indem sie auf üblichen ökonomischen Kategorien aufbauen. Dies soll hier im Lichte der in den Abschnitten C.II und C.III definierten verallgemeinerten Modellierung nunmehr soweit wie möglich nachvollzogen, jedoch punktuell modifiziert werden, um auf diese Weise die in Abschnitt B.I monierten zentralen Probleme der DEA systematisch überwinden zu können. Die wesentliche Neuerung liegt darin, dass die angestrebte Methodik einer *Advanced DEA* (aDEA) nicht mehr unmittelbar auf den Inputs und Outputs der PE  $\rho = 1, \dots, \pi$  aufbaut, sondern diese allenfalls indirekt berücksichtigt. Stattdessen setzt sie *explizit* nur die Kenntnis ihrer A/E-Vektoren  $\mathbf{b}^{\rho} = (\mathbf{k}^{\rho}; \mathbf{l}^{\rho}) \in \mathfrak{R}_+^{s+r}$  mit den nichtnegativen Aufwendungen  $\mathbf{k}^{\rho} = (k_1^{\rho}, \dots, k_s^{\rho})^T$  und den nichtnegativen Erträgen  $\mathbf{l}^{\rho} = (l_1^{\rho}, \dots, l_r^{\rho})^T$  voraus – und *zunächst* sonst nichts mehr, auch nicht hinsichtlich etwaiger Inputs  $\mathbf{x}^{\rho}$  und Outputs  $\mathbf{y}^{\rho}$  oder Bewertungsfunktionen  $\Psi(\mathbf{x}^{\rho}, \mathbf{y}^{\rho})$ .

Weiterhin wird angenommen, dass für alle relevanten Aufwandsarten  $i = 1, \dots, s$  und Ertragsarten  $j = 1, \dots, r$  der beobachteten PE zwar nichtnegative Gewichtungsfaktoren  $\mathbf{v} = (v_1, \dots, v_s)$  und  $\boldsymbol{\mu} = (\mu_1, \dots, \mu_r)$  existieren, diese aber *a priori* unbekannt sind. Mit ihnen lassen sich zum einen die verschiedenen Aufwendungen auf ein und dieselbe, einheitliche Verhältnisskala abbilden und so untereinander vergleichbar machen, zum anderen analog die verschiedenen Erträge, wobei beide Skalen verschieden sein können. Durch die gewichtete Summe

$$K(\mathbf{v}; \mathbf{k}) = \mathbf{v} \cdot \mathbf{k} = \sum_{i=1}^s v_i k_i \in \mathfrak{R}_+$$

wird auf diese Weise der gesamte Aufwand an Hand einer Geld-, Nutzen- oder sonstigen Skala bewertet, auch (*virtuelle*) *Kosten* genannt (in Anlehnung an den Terminus „virtueller Input“ der traditionellen DEA). Analog misst die als (*virtueller*) *Erlös* bezeichnete gewichtete Summe der Einzelerträge

$$L(\boldsymbol{\mu}; \mathbf{l}) = \boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{l} = \sum_{j=1}^r \mu_j l_j \in \mathfrak{R}_+$$

den gesamten Ertrag in Form von Geld-, Nutzen- oder anderen Einheiten auf einer bestimmten Erlösskala. Da sie nicht mit der zuvor definierten Kostenskala übereinstimmen muss, lässt sich auch nicht ohne Weiteres die Differenz der Erlöse und Kosten sinnvoll bilden, wohl aber ihr Quotient:

$$\Theta := \frac{L}{K} = \frac{\boldsymbol{\mu} \mathbf{l}}{\mathbf{v} \mathbf{k}} = \frac{\sum_{j=1}^r \mu_j l_j}{\sum_{i=1}^s v_i k_i}$$

Er entspricht einer „Kostenwirksamkeit“ der Erlöse und charakterisiert so die Produktivität, Effizienz bzw. Performance der durch  $\mathbf{b} = (\mathbf{k}; \mathbf{l})$  beschriebenen Aktivität. Da die Maßeinheiten beider Verhältnisskalen nur bis auf jeweils eine multiplikative Konstante eindeutig bestimmt sind, ist es unter der Voraussetzung, dass die Erträge im Verhältnis zu den Aufwendungen für die in Frage kommenden Aktivitäten nach oben beschränkt sind,<sup>46</sup> generell möglich, den (nichtnegativen) Quotienten aus Erlös und Kosten nach oben durch Eins (oder 100%) zu beschränken:  $0 \leq \Theta \leq 1$ . Damit kann er als ein Wirkungs- oder *Effizienzgrad* der Produktionsaktivität interpretiert werden, welcher angibt, inwieweit bei der Transformation von Inputs in Outputs Aufwendungen in Erträge überführt werden.<sup>47</sup> Formal bedeutet die Normierung des Effizienzgrades für die Kosten und Erlöse:<sup>48</sup>

$$L - 1 \cdot K = \sum_{j=1}^r \mu_j l_j - \sum_{i=1}^s v_i k_i \leq 0$$

Um den Effizienzgrad  $\Theta^\rho$  einer PE  $\rho$  mit dem A/E-Vektor  $\mathbf{b}^\rho = (\mathbf{k}^\rho; \mathbf{l}^\rho)$  berechnen zu können, müssen Gewichtungen  $\mathbf{v}$  und  $\boldsymbol{\mu}$  nicht nur annahmegemäß existieren, sondern darüber hinaus auch bekannt sein. Die grundlegend neue Idee des sogenannten „CCR-Modells“ von Charnes, Cooper und Rhodes (1978) war nun, dass nicht allgemein gültige Gewichtungen der Aufwendungen und Erträge bestimmt werden sollen, die damit für alle PE in gleicher Weise zu gelten hätten. Vielmehr darf sich jede PE die für sie günstigsten Kosten- und Erlösfaktoren  $\mathbf{v}^\rho$  und  $\boldsymbol{\mu}^\rho$  aussuchen, die sie „ins beste Licht rücken“, allerdings unter der Bedingung, dass diese Faktoren dabei auch für die anderen PE gelten und die obige Normierungsbedingung für alle PE eingehalten wird. Formal ist damit für jede PE  $o \in \{1, \dots, \pi\}$  folgende nichtlineare Optimierungsaufgabe zu lösen:<sup>49</sup>

$$\Theta_*^o = \max_{\mathbf{v} \geq 0, \boldsymbol{\mu} \geq 0} \Theta^o \quad \text{unter der Bedingung} \quad \Theta^\rho \leq 1 \quad \text{für alle} \quad \rho = 1, \dots, \pi$$

Da durch die Normierungsbedingung  $\Theta \leq 1$  erst über einen der beiden Freiheitsgrade bei der Wahl der Maßeinheiten der beiden Verhältnisskalen verfügt wurde, kann das obige „Quotientenprogramm“ mittels einer für jede PE  $o \in \{1, \dots, \pi\}$  verschiedenen Festlegung der Kostenfaktoren gemäß  $K^o = 1$  jeweils in eine lineare Optimierungsaufgabe umgeformt werden, die als *Multiplikatorenform* bekannt ist:

$$\Theta_*^o = \max_{\mathbf{v} \geq 0, \boldsymbol{\mu} \geq 0} L^o = \boldsymbol{\mu} \mathbf{l}^o \quad \text{sodass} \quad \mathbf{v} \mathbf{k}^o = 1 \quad \text{und} \quad \boldsymbol{\mu} \mathbf{l}^o - \mathbf{v} \mathbf{k}^o \leq 0 \quad \text{für} \quad \rho = 1, \dots, \pi$$

Gemäß der Dualitätstheorie der Linearen Optimierung ist zu diesem Linearen Programm (LP) das nachfolgende „duale“ LP äquivalent; es ist in der DEA als *Umhüllungsform* bekannt:

$$\theta_*^o = \min_{\boldsymbol{\lambda} \geq 0} \theta^o \quad \text{sodass} \quad \sum_{\rho=1}^{\pi} \lambda^\rho \mathbf{l}^\rho \geq \mathbf{l}^o \quad \text{und} \quad \sum_{\rho=1}^{\pi} \lambda^\rho \mathbf{k}^\rho \leq \theta^o \mathbf{k}^o \quad \text{für} \quad \boldsymbol{\lambda} = (\lambda^1, \dots, \lambda^\pi) \geq \mathbf{0}$$

Danach gilt:  $\Theta_*^o = \theta_*^o$ , und die optimalen Lösungen der primalen Variablen des einen LP, also  $\mathbf{v}^o$ ,  $\boldsymbol{\mu}^o$  bei der Multiplikatorenform sowie  $\boldsymbol{\lambda}^o$  bei der Umhüllungsform, sind identisch mit den optimalen Werten der dualen Variablen des jeweils anderen LP, sodass es genügt, eines der beiden LP zu lösen. Das Modell in Umhüllungsform ist so zu interpretieren, dass für die betrachtete PE  $o$  die Aufwendungen soweit wie möglich proportional zu verringern sind, wie es noch nichtnegative Linearkombinationen der A/E-Vektoren aller PE gibt, die einerseits noch mindestens so viel an Erträgen wie PE  $o$  und andererseits höchstens so viel an Aufwendungen aufweisen. Man kann deshalb (in Anlehnung an die „inputorientierten“ Modelle der traditionellen DEA) bei den beiden obigen LP-Modellen von den *aufwandsorientierten* aDEA-Basismodellen des CCR-Typs sprechen.

Analog lassen sich durch die alternative Festlegung der Erlösfaktoren gemäß  $L^o = 1$  aus dem nichtlinearen Quotientenprogramm auch zwei zueinander äquivalente *ertragsorientierte* aDEA-Basismodelle vom CCR-Typ ableiten, nämlich zum einen die Multiplikatorenform:

$$\frac{1}{\Theta_*^o} = \eta_*^o = \min_{\mathbf{v} \geq \mathbf{0}, \mu \geq 0} K^o = \mathbf{v}\mathbf{k}^o \quad \text{sodass} \quad \boldsymbol{\mu}\mathbf{l}^o = 1 \quad \text{und} \quad \boldsymbol{\mu}\mathbf{l}^o - \mathbf{v}\mathbf{k}^o \leq 0 \quad \text{für} \quad \rho = 1, \dots, \pi$$

zum anderen die Umhüllungsform:

$$\eta_*^o = \max_{\lambda \geq 0} \eta^o \quad \text{sodass} \quad \sum_{\rho=1}^{\pi} \lambda^{\rho} \mathbf{l}^{\rho} \geq \eta^o \mathbf{l}^o \quad \text{und} \quad \sum_{\rho=1}^{\pi} \lambda^{\rho} \mathbf{k}^{\rho} \leq \mathbf{k}^o \quad \text{für} \quad \boldsymbol{\lambda} = (\lambda^1, \dots, \lambda^{\pi}) \geq \mathbf{0}$$

Da die Formulierung entsprechender aDEA-Modelle vom *BCC-Typ* naheliegend ist, werden sie hier nicht vorgeführt. Beim Umhüllungstyp muss nämlich lediglich die Bedingung nicht-negativer Linearkombinationen  $\boldsymbol{\lambda} \in \Lambda^{\text{cts}}$  durch diejenige der Konvexkombinationen  $\boldsymbol{\lambda} \in \Lambda^{\text{vrs}}$  verschärft werden. Beim Multiplikatorentyp führt die Konvexitätsbedingung  $\sum \lambda^{\rho} = 1$  über das duale LP zu einer weiteren, in diesem Fall reellwertigen Variablen  $\omega$ , welche die Kosten  $K$  erhöht und als „(virtuelle) Fixkosten“ interpretiert werden kann.

Aus einer rein formalen, d.h. syntaktischen bzw. mathematischen Sicht und abgesehen von der unterschiedlichen Symbolik ( $\mathbf{k}$  und  $\mathbf{l}$  an Stelle von  $\mathbf{x}$  und  $\mathbf{y}$ ) sind die obigen vier Versionen des aDEA-Basismodells vom CCR-Typ identisch mit den bekannten DEA-Basismodellen, so wie sie Charnes, Cooper und Rhodes (1978) begründet haben.<sup>50</sup> Das Gleiche trifft auch auf die (hier nicht explizit formulierten) aDEA-Basismodelle vom BCC-Typ zu. Dagegen unterscheiden sich die aDEA-Modelle aus inhaltlicher, d.h. semantischer bzw. wirtschaftlicher Sicht fundamental von der Interpretation in der traditionellen DEA. Aus dieser Perspektive würde eine Identität der Modelle nur genau dann vorliegen, wenn die einzelnen Aufwands- und Ertragsgrößen jeweils identisch mit einem Input bzw. Output wären:

$$\mathbf{k} = \mathbf{x} \quad \text{und} \quad \mathbf{l} = \mathbf{y} \quad (\text{also auch } s = m \text{ und } r = n)$$

Diese Identitäten stellen den einfachsten Spezialfall nicht trivialer Aufwand- und Ertragsfunktionen  $k_i = \psi_i(\mathbf{x}, \mathbf{y})$  und  $l_j = \psi_{s+j}(\mathbf{x}, \mathbf{y})$  dar. Wie am Ende von Abschnitt C.II festgestellt, stimmt die durch ein verallgemeinertes DEA-Modell gebildete lineare (CCR) oder konvexe (BCC) Hülle der A/E-Vektoren  $\mathbf{b}^{\rho} = (\mathbf{k}^{\rho}; \mathbf{l}^{\rho})$  aller PE  $\rho$  nicht nur in diesem Trivialfall, sondern auch im allgemeinen Fall der in Abschnitt C.III definierten *linearen* Bewertungsfunktionen mit den zugehörigen Aufwendungen und Erträgen der linearen bzw. konvexen Hülle der zu Grunde liegenden I/O-Vektoren  $\mathbf{a}^{\rho} = (\mathbf{x}^{\rho}; \mathbf{y}^{\rho})$  überein. Dann erhält das aufwandsorientierte (aDEA) CCR-Modell in Multiplikatorenform folgende Gestalt:

$$\Theta_*^o = \max L^o = \sum_{\kappa=1}^m \tilde{\mu}_\kappa x_\kappa^o + \sum_{\kappa=1}^n \tilde{\mu}_{m+\kappa} y_\kappa^o$$

sodass 
$$\sum_{\kappa=1}^m \tilde{v}_\kappa x_\kappa^o + \sum_{\kappa=1}^n \tilde{v}_{m+\kappa} y_\kappa^o = 1$$

$$\sum_{\kappa=1}^m (\tilde{\mu}_\kappa - \tilde{v}_\kappa) x_\kappa^\rho + \sum_{\kappa=1}^n (\tilde{\mu}_{m+\kappa} - \tilde{v}_{m+\kappa}) y_\kappa^\rho \leq 0 \quad \text{für } \rho = 1, \dots, \pi$$

$$\tilde{v}_\kappa = \sum_{i=1}^s v_i c_{i,\kappa} \quad \text{und} \quad \tilde{\mu}_\kappa = \sum_{j=1}^r \mu_j e_{j,\kappa} \quad \text{für } \kappa = 1, \dots, m+n$$

und 
$$v_i \geq 0, \mu_j \geq 0 \quad \text{für } i = 1, \dots, s; j = 1, \dots, r$$

Das zugehörige aufwandsorientierte CCR-Modell in Umhüllungsform lautet:

$$\theta_*^o = \min \theta^o$$

sodass 
$$\sum_{\kappa=1}^m e_{j,\kappa} (x_\kappa - x_\kappa^o) + \sum_{\kappa=1}^n e_{j,m+\kappa} (y_\kappa - y_\kappa^o) \geq 0 \quad \text{für } j = 1, \dots, r$$

$$\sum_{\kappa=1}^m c_{i,\kappa} (x_\kappa - \theta^o x_\kappa^o) + \sum_{\kappa=1}^n c_{i,m+\kappa} (y_\kappa - \theta^o y_\kappa^o) \leq 0 \quad \text{für } i = 1, \dots, s$$

$$x_\kappa = \sum_{\rho=1}^{\pi} \lambda^\rho x_\kappa^\rho \quad \text{für } \kappa = 1, \dots, m \quad \text{und} \quad y_\kappa = \sum_{\rho=1}^{\pi} \lambda^\rho y_\kappa^\rho \quad \text{für } \kappa = 1, \dots, n$$

und 
$$\lambda^\rho \geq 0 \quad \text{für } \rho = 1, \dots, \pi$$

Diesen beiden Darstellungen sieht man die Beziehung zum ursprünglichen inputorientierten CCR-Modell (als Spezialfall mit  $\mathbf{k} = \mathbf{x}$  und  $\mathbf{l} = \mathbf{y}$ ) nicht mehr ohne Weiteres an. Bei der Umhüllungsform sind es die Restriktionen für die Ertragsarten  $j = 1, \dots, r$  und die Aufwandsarten  $i = 1, \dots, s$ , welche die Verallgemeinerung vom input- zum aufwandsorientierten Modell und damit den Übergang von der DEA zur aDEA begründen. Bei der Multiplikatorenform sind es vor allem die neuen Multiplikatorenvariablen  $\tilde{v}_\kappa$  und  $\tilde{\mu}_\kappa$  für die Inputs und Outputs, welche sich aus den Multiplikatoren für die Aufwands- und Ertragsarten ableiten.

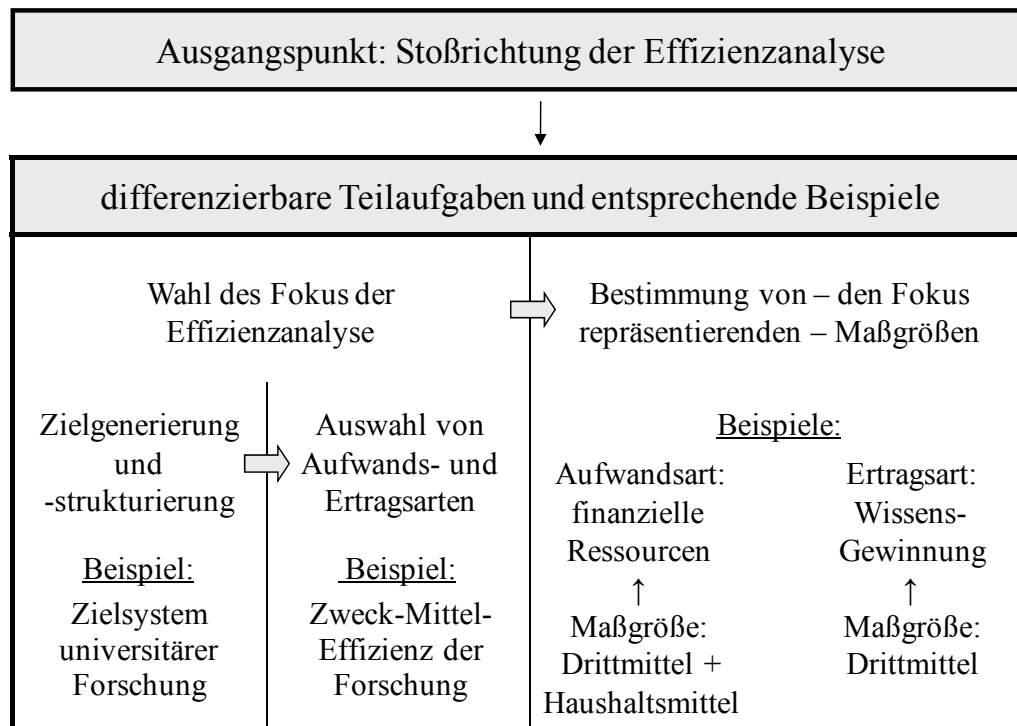
## II. Überwindung zentraler Probleme der DEA mittels aDEA

Die *Advanced DEA* zielt darauf ab, auf Basis der (in Abschnitt C vorgestellten) verallgemeinerten DEA-Modellierung die Erkenntnisse der Produktions- und der Entscheidungstheorie systematisch zur Vermeidung der in Abschnitt B behandelten Fallstricke zu nutzen. Gemäß den vorangegangenen Überlegungen wird dabei zwar einerseits versucht, die bekannten Modelle und Algorithmen der traditionellen DEA so weit wie möglich *formal* einzusetzen; andererseits sind diese jedoch *inhaltlich* neu zu interpretieren.

Das Kunststück einer adäquaten aDEA-Modellierung besteht im Kern darin, geeignete Aufwands- und Ertragsarten samt zugehöriger kardinaler Maßgrößen zu formulieren. Diese müs-

sen zum einen plausible produktionstheoretische Annahmen über die Gestalt der Umhüllung der zu vergleichenden PE erlauben. Zum anderen müssen sie die Effizienzziele entscheidungstheoretisch gut begründet erfassen. Maßgeblich für die Güte des Ergebnisses sind hier insbesondere die üblichen Anforderungen der Entscheidungstheorie an Zielsysteme. Um ihnen Rechnung zu tragen, bietet sich das in Abbildung 3 skizzierte Vorgehen an.<sup>51</sup> Anhand der dort differenzierten Teilaufgaben wird im Folgenden erläutert, wie die aDEA hilft, die in Abschnitt B.I angeführten Probleme der traditionellen DEA aufzulösen.<sup>52</sup>

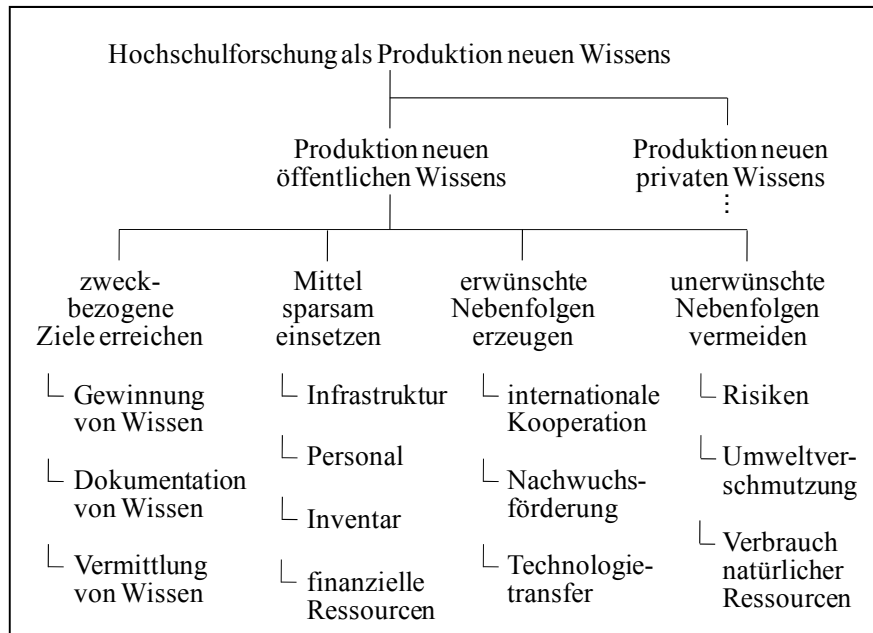
Abb. 3: Bestimmung von Maßgrößen im Rahmen der aDEA



### Zielgenerierung und -strukturierung

Während die traditionelle DEA wie erörtert die Wahl des Fokus der Effizienzanalyse nicht thematisiert, ist dies im Rahmen der aDEA ein explizit zu bewältigendes Problem. Den Ausgangspunkt bildet dabei die Stoßrichtung der Effizienzanalyse, die sich etwa in der Konzentration auf einen bestimmten Ausschnitt verfolgter Zwecke der PE manifestiert. Auf einer solchen Grundlage ist zunächst ein umfassendes, hierarchisch gegliedertes Zielsystem zu entwickeln. Es schafft insbesondere Transparenz hinsichtlich der möglichen Kriterien (Ziele i.w.S.) einer Effizienzbewertung. Mit Blick auf den Einsatz der verallgemeinerten DEA-Modelle bietet sich eine Differenzierung dieser Kriterien nach den – den eigentlichen Zweck verfolgenden – Zielen (Ziele i.e.S.), eingesetzten Mitteln sowie erwünschten bzw. unerwünschten Nebenfolgen an. Der Abbildung 4 ist ein entsprechendes Beispiel zu entnehmen, das sich auf die Forschung als *einem* der Zwecke von Hochschulen bezieht.<sup>53</sup>

Abbildung 4: Mögliches Zielsystem universitärer Forschung



### Auswahl von Aufwands- und Ertragsarten

Die zweckbezogenen Ziele und erwünschten Nebenfolgen verkörpern Ertragsarten, während die Mittel und unerwünschten Nebenfolgen Aufwandsarten umfassen. Die jeweiligen Kriterien werden allerdings im Rahmen eines aDEA-Einsatzes oft nur teilweise Berücksichtigung finden. Das kann etwa der Notwendigkeit geschuldet sein, zugunsten der Aussagekraft von Ergebnissen eine bestimmte Kriterienanzahl nicht zu überschreiten. Es mag aber durchaus auch von inhaltlichem Interesse sein, sich auf bestimmte Ausschnitte des Zielsystems zu konzentrieren. Beide Fälle münden in der Analyse *partieller* Effizienz. Im Unterschied zur traditionellen DEA wird dieser Sachverhalt bei der aDEA nicht nur offen gelegt; ausgehend von einem umfassenden Zielsystem, von dem letztlich nur ein Ausschnitt weiter betrachtet werden soll, ist dies auch methodisch zu unterstützen.

Einen Ansatzpunkt dazu bietet der Sachverhalt, dass partielle Effizienz als mehrschichtig verstanden werden kann. So lassen sich auf oberster Ebene des Zielsystems aus Abbildung 4 Teilaspekte eines Zwecks der PE von einer weiteren Betrachtung ausgrenzen. Wird etwa die der Geheimhaltung unterliegende Auftragsforschung und damit die Produktion neuen privaten Wissens ausgeklammert, sind davon alle entsprechenden Ziele, Mittel und Nebenfolgen betroffen. Für den verbliebenen Teilaspekt der Produktion neuen öffentlichen Wissens kann der Analysegegenstand auf mittlerer Ebene des Zielsystems weiter derart eingegrenzt werden, dass z.B. alle Arten von Nebenfolgen unberücksichtigt bleiben. In diesem Fall erfolgt die Betrachtung einer „reinen“ Zweck-Mittel-Effizienz der Forschung. Auf unterster Ebene des Zielsystems können schließlich einzelne Kriterien ausgewählt und gegenübergestellt werden. So ließe sich etwa die Nachwuchsförderung in Abhängigkeit vom eingesetzten Personal in den Fokus einer Effizienzanalyse stellen.

## Bestimmung von Maßgrößen für die ausgewählten Aufwands- und Ertragsarten

Um die Leistung anhand der im Einzelfall ausgewählten Aufwands- und Ertragsarten zu bestimmen, sind ihnen kardinale Maßgrößen zuzuordnen. Dabei treten die in Abschnitt B.I beschriebenen Probleme, die im Rahmen der traditionellen DEA mit der Selektion von Inputs und Outputs einhergehen, nicht mehr auf. Bezüglich Abbildung 4 sei dies am Beispiel der Drittmittel erläutert. So können die (vereinnahmten) Drittmittel einerseits Maßgröße für das Ziel der „Wissensgewinnung“ sein; sie beziffern dabei Vorleistungen, die sich in erfolgreichen Forschungsanträgen niederschlagen.<sup>54</sup> Andererseits bieten sich die (verausgabten) Drittmittel zusammen mit den Haushaltsmitteln als Maßgröße für die sparsam zu verwendenden finanziellen Ressourcen an. Drittmittel können damit sowohl einem Aufwand als auch einem Ertrag als Maßgröße zugeordnet sein. Eine Diskussion über ihren grundsätzlichen Charakter als Input oder Output erübrigt sich dabei.

Auch das Problem der Umformulierung erwünschten Inputs bzw. unerwünschten Outputs tritt im Rahmen der aDEA nicht mehr auf. Mit Blick auf Abbildung 4 betrifft dies z.B. die Umweltverschmutzung als unerwünschte Nebenfolge der Forschung.<sup>55</sup> Sie stellt einen Aufwand dar, den es zu minimieren gilt. Zur Erfassung dieses Aufwands lassen sich unmittelbar entsprechende Maßgrößen heranziehen, etwa der Ausstoß bestimmter klimaschädlicher Emissionen oder die Menge radioaktiv kontaminierter Materialien. Damit werden die – mit unterschiedlichen Schwächen einhergehenden – Ansätze zur Transformation solcher unerwünschter Outputs wie auch erwünschter Inputs in für die traditionelle DEA geeignete Werte obsolet. Dieser Sachverhalt macht nochmals deutlich, dass die Implikationen der aDEA weit über terminologische Umdeutungen hinausgehen.

## **E. Resümee**

Eine Reihe von Problemen, die mit der traditionellen DEA einhergehen, resultiert aus der Heranziehung von Inputs und Outputs für die Performancemessung. Im Beitrag wurde dargelegt, wie sich diese Probleme einer theoretisch fundierten Lösung zuführen lassen. Den dazu notwendigen, modelltheoretischen Rahmen bietet die hier vorgestellte *Advanced DEA*. Sie zeichnet sich durch die Anwendung üblicher und gegebenenfalls auch neuer DEA-Modelle auf Maßgrößen für die jeweils relevanten Aufwands- und Ertragsarten – anstatt auf Maßgrößen für Inputs und Outputs – aus.

Die dabei erfolgte systematische Anknüpfung des DEA-Ansatzes an die Entscheidungstheorie begründet zugleich einen neuen Denkraum für die Bestimmung relativer Effizienz. Dieses theoretische Fundament ermöglicht die Ablösung der bislang vorherrschenden, eher technokratischen Handhabung der DEA durch ein vertieftes Verständnis der Methodik und ihrer

Nutzungsmöglichkeiten, aber auch ihrer Grenzen. Insbesondere werden Fallstricke im Umgang mit der Methodik erklärbar und vermeidbar. Für die Validität erzielter empirischer Erkenntnisse ist dies von zentraler Bedeutung.

Spezielle Beachtung verdient der Aspekt, dass die zu berücksichtigenden Aufwendungen und Erträge in der Regel nicht ex ante feststehen. In diesen Fällen sind sie mit Blick auf die verfolgte Stoßrichtung der Effizienzanalyse nachvollziehbar abzuleiten. Dazu lassen sich bekannte Konzepte der Entscheidungstheorie fruchtbar machen. So kann über die Zielgenerierung und -strukturierung, die Fokussierung auf bestimmte Aufwands- und Ertragsarten sowie die Ableitung geeigneter Maßgrößen eine fundierte Datenbasis geschaffen werden. Diese ist essenzielle Voraussetzung für eine valide Performancemessung mittels (Advanced) DEA.

Für die weitere Forschung eröffnen sich vielfältige Ansatzpunkte. Beispielsweise liegt es nahe, die angesprochenen Konzepte der Entscheidungstheorie mit der aDEA zu einem integrierten Instrument(arium) des Performance Measurement zu verknüpfen, das dem Nutzer Hilfestellung bei allen zu bewältigenden Aufgaben leisten kann. Dabei sollte das Augenmerk nicht nur auf die Unterstützung der hier in den Vordergrund gerückten Datengewinnung, sondern auch der Datenanalyse und -interpretation gelegt werden.

Als dazu komplementäres Forschungsfeld bietet es sich an, über die Ermittlung partieller Effizienz(en) hinaus die Funktionalität der aDEA-Methodik zu erweitern. Anregungen hierfür liefert die jüngere DEA-Literatur zu genüge. Beispiele betreffen etwa die Heranziehung der Methodik zur Messung von (partieller) Effektivität, zur (Vor-)Auswahl von Handlungsalternativen oder zur Unterstützung der Erfolgsfaktorenforschung. Das Ziel solcher Bemühungen muss es allerdings letztlich stets sein, die (Advanced) DEA zu einem in der unternehmerischen Praxis dauerhaft eingesetzten, nutzbringenden Instrument auszubauen.

## Literatur

- Athanassopoulos, A.D./Lambroukos, N./Seiford, L.M. (1999): Data envelopment scenario analysis for setting targets to electricity generating plants, in: *European Journal of Operational Research* 115, S. 413-428.
- Athanassopoulos, A.D./Shale, E.A. (1997): Assessing the comparative efficiency of higher education institutions in the UK by the means of Data Envelopment Analysis, in: *Education Economics* 5, S. 117-134.
- Avkiran, N.K. (2006): Developing foreign bank efficiency models for DEA grounded in finance theory, in: *Socio-Economic Planning Sciences* 40, S. 275-296.
- Bamberg, G./Coenenberg, A.G./Krapp, M. (2008): *Betriebswirtschaftliche Entscheidungslehre*, 14. Aufl., München.
- Barr, R.S. (2004): DEA software tools and technology – A state-of-the-art survey, in: Cooper, W.W./Seiford, L.M./Zhu, J. (Hrsg.): *Handbook on Data Envelopment Analysis*, Boston/Dordrecht/London, S. 539-566.
- Belton, V./Stewart, T.J. (1999): DEA and MCDA – Competing or complementary approaches?, in: Meskens, N./Roubens, M. (Hrsg.): *Advances in decision analysis*, Dordrecht, S. 87-103.
- Bouyssou, D. (1999): DEA as a tool for MCDM – Some remarks, in: *The Journal of the Operational Research Society* 50, S. 974-978.
- Byrnes, S./Färe, R./Grosskopf, S. (1984): Measuring productive efficiency – An application to Illinois strip mines, in: *Management Science* 30, S. 671-681.
- Charnes, A./Cooper, W.W./Golany, B./Seiford, L.M./Stutz, J. (1985): Foundations of Data Envelopment Analysis for Pareto-Koopmans efficient empirical production functions, in: *Journal of Econometrics* 30, S. 91-107.
- Charnes, A./Cooper, W.W./Lewin, A.Y./Seiford, L.M. (1994): *DEA – Theory, methodology and applications*, Boston/Dordrecht/London.
- Charnes, A./Cooper, W.W./Rhodes, E. (1978): Measuring the efficiency of decision making units, in: *European Journal of Operational Research* 2, S. 429-444.
- Cook, W.D./Seiford, L.M. (2009): Data Envelopment Analysis (DEA) – Thirty years on, in: *European Journal of Operational Research* 192, S. 1-17.
- Cooper, W.W./Seiford, L.M./Tone, K. (2007): *Data Envelopment Analysis – A comprehensive text with models, applications, references and DEA-Solver software*, 2. Aufl., New York.
- Cook, W.D./Zhu, J. (2007): Classifying inputs and outputs in Data Envelopment Analysis, in: *European Journal of Operational Research* 180, S. 692-699.
- Doyle, J./Green, R. (1993): Data envelopment analysis and multiple criteria decision making, in: *Omega* 21, S. 713-715.
- Dyckhoff, H. (1992): *Betriebliche Produktion*, Berlin/Heidelberg/New York.
- Dyckhoff, H. (2003): Eine moderne Konzeption der Produktionstheorie. In: H. Wildemann (Hrsg.), *Moderne Produktionskonzepte für Güter- und Dienstleistungsproduktionen*, München, S. 13-32.
- Dyckhoff, H. (2006): *Produktionstheorie*, 5. Aufl., Berlin/Heidelberg/New York.
- Dyckhoff, H./Allen, K. (1997): Produktions- und entscheidungstheoretische Begründung einer Effizienzmessung mittels Data Envelopment Analysis (DEA), Aachen, November 1997 ([www.lut.rwth-aachen.de/arbeitsberichte](http://www.lut.rwth-aachen.de/arbeitsberichte)).
- Dyckhoff, H./Allen, K. (1999): Theoretische Begründung einer Effizienzanalyse mittels Data Envelopment Analysis (DEA), in: *Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung* 51, S. 411-436.
- Dyckhoff, H./Allen, K. (2001): Measuring ecological efficiency with Data Envelopment Analysis (DEA), in: *European Journal of Operational Research* 132, S. 312-325.

- Dyckhoff, H./Gilles, R. (2004): Messung der Effektivität und Effizienz produktiver Einheiten, in: Zeitschrift für Betriebswirtschaft 74, S. 765-784.
- Dyckhoff, H./Rassenhövel, S./Gilles, R./Schmitz, C. (2005): Beurteilung der Forschungsleistung und das CHE-Forschungsranking betriebswirtschaftlicher Fachbereiche, in: Wirtschaftswissenschaftliches Studium 34, S. 62-69.
- Dyson, R.G./Allen, R./Camanho, A.S./Podinovski, V.V./Sarrico, C.S./Shale, E.A. (2001): Pitfalls and protocols in DEA, in: European Journal of Operational Research 132, S. 245-259.
- Eisenführ, F./Weber, M. (2003): Rationales Entscheiden, 4. Aufl., Berlin et al.
- Ewert, R./Wagenhofer, A. (2008): Interne Unternehmensrechnung, 7. Aufl., Berlin/Heidelberg/New York.
- Färe, R./Grosskopf, S. (2003): New directions – Efficiency and productivity, Boston/Dordrecht/London.
- Färe, R./Grosskopf, S./Logan, J./Lovell, C.A.K. (1985): Measuring efficiency in production – With an application to electric utilities, in: Dogramanci, A./Adam, N. (Hrsg.): Managerial issues in productivity analysis, Boston, S. 185-214.
- Färe, R./Grosskopf, S./Tyteca, D. (1996): An activity analysis model of the environmental performance of firms – Application to fossil-fuel-fired electric utilities, in: Ecological Economics 18, S. 161-175.
- Fandel, G. (2005): Produktion I – Produktions- und Kostentheorie, 6. Aufl., Berlin/Heidelberg/New York.
- Fandel, G. (2007): On the performance of universities in North Rhine-Westphalia, Germany – Government's redistribution of funds judged using DEA efficiency measures, in: European Journal of Operational Research 176, S. 521-533.
- Ferrier, G.D./Lovell, C.A.K. (1990): Measuring cost efficiency in banking – Econometric and linear programming evidence, in: Journal of Economics 46, S. 229-245.
- Friedman, L./Sinuany-Stern, Z. (1998): Combining ranking scales and selecting variables in the DEA context – The case of industrial branches, in: Computers & Operations Research 25, S. 781-791.
- Garbaccio, R.F./Hermalin, B.E./Wallace, N.E. (1994): A comparison of nonparametric methods to measure efficiency in the savings and loan industry, in: Journal of the American Real Estate and Urban Economics Association 22, S. 169-193.
- Halme, M./Joro, T./Korhonen, P./Salo, S./Wallenius, J. (1999): A value efficiency approach to incorporating preference information in Data Envelopment Analysis, in: Management Science 45, S. 103-115.
- Hammerschmidt, M./Wilken, R./Staat, M. (2009): Methoden zur Lösung grundlegender Probleme der Datenqualität in DEA-basierten Effizienzanalysen, in: Die Betriebswirtschaft 79 (erscheint voraussichtlich in Heft 2/April).
- Hornbostel, S. (1997), Wissenschaftsindikatoren, Opladen.
- Johnes, J./Johnes, G. (1995): Research funding and performance in U.K. university departments of economics – A frontier analysis, in: Economics of Education Review 14, S. 301-314.
- Joro, T./Korhonen, P./Wallenius, J. (1998): Structural comparison of Data Envelopment Analysis and Multi Objective Linear Programming, in: Management Science 44, S. 962-970.
- Keeney, R.L. (1992): Value-focused thinking – A path to creative decisionmaking, Cambridge/London.
- Kleine, A. (2001): Data Envelopment Analysis aus entscheidungstheoretischer Sicht, in: OR Spektrum 23, S. 223-242.
- Lovell, C.A.K./Pastor, J.T./Turner, J.A. (1995): Measuring macroeconomic performance in the OECD – A comparison of European and non-European countries, in: European Journal of Operational Research 87, S. 507-518.

- Luo, X./Donthu, N. (2001): Benchmarking advertising efficiency, in: *Journal of Advertising Research* 41, S. 7-18.
- Madlener, R./Antunes, C.H./Dias, L.C. (2008): Assessing the performance of biogas plants with multi-criteria and data envelopment analysis, in: *European Journal of Operational Research*, doi:10.1016/j.ejor.2007.12.051.
- Parkin, D./Hollingsworth, B. (1997): Measuring production efficiency of acute hospitals in Scotland, 1991-94 – Validity issues in Data Envelopment Analysis, in: *Applied Economics* 29, S. 1425-1433.
- Pedraja-Chaporro, F./Salinas-Jimenez, J./ Smith S. (1999): On the quality of the Data Envelopment Analysis model, in: *The Journal of the Operational Research Society* 50, S. 636-644.
- Podinovski, V.V. (2004): Production trade-offs and weight restrictions in data envelopment analysis, in: *European Journal of Operational Research* 55, S. 1311-1322.
- Roll, Y./Cook, W.D. (1993): Partial efficiencies in Data Envelopment Analysis, in: *Socio-Economic Planning Sciences* 27, S. 171-179.
- Seiford, L.M. (1996): Data envelopment analysis – The evolution of the state of the art (1978–1995), in: *The Journal of Productivity Analysis* 7, S. 99-137.
- Seiford, L.M. (2006): A cyber-bibliography for Data Envelopment Analysis (1978–2005), in: Cooper, W.W./Seiford, L.M./Thone, K. (Hrsg.): *Introduction to Data Envelopment Analysis and its uses*, New York, CD-ROM.
- Seiford, L.M./Zhu, J. (2002): Modeling undesirable factors in efficiency evaluation, in: *European Journal of Operational Research* 142, S. 16-20.
- Stewart, T.J. (1994): Data envelopment analysis and multiple criteria decision making – A response, in: *Omega* 22, S. 205-206.
- Thanassoulis, E. (2001): *Introduction to the theory and application of Data Envelopment Analysis – A foundation text with integrated software*, Massachusetts.
- Thanassoulis, E./Portela, M.C./Allen, R. (2004): Incorporating value judgements in DEA, in: Cooper, W.W./Seiford, L.M./Zhu, J. (Hrsg.): *Handbook on Data Envelopment Analysis*, Boston, S. 99-137.
- Wilken, R. (2007): *Dynamisches Benchmarking – Ein Verfahren auf Basis der Data Envelopment Analysis*, Wiesbaden.
- Zaim, O. (2004): Measuring environmental performance of state manufacturing through changes in pollution intensities – A DEA framework, in: *Ecological Economics* 48, S. 37-47.
- Zhou, P./Ang, B.W./Poh, K.L. (2008): A survey of Data Envelopment Analysis in energy and environmental studies, in: *European Journal of Operational Research* 189, S. 1-18.

## Anmerkungen

- <sup>1</sup> Seiford (2006) kommt in seiner bibliografischen Bestandsaufnahme bis zum Jahre 2005 auf etwa 2800 derartige Publikationen. Allein das ISI *Web of Science* verzeichnet im November 2008 für die Jahre 2004 bis 2008 jeweils zwischen 200 bis 250 jährliche Einträge unter dem Stichwort „Data Envelopment Analysis“.
- <sup>2</sup> Vgl. z.B. Charnes et al. (1994), Thanassoulis (2001) und Cooper/Seiford/Tone (2007); auf diese Werke sei auch hinsichtlich der Grundlagen der DEA verwiesen.
- <sup>3</sup> Vgl. Barr (2004).
- <sup>4</sup> Vgl. Friedmann/Sinuany-Stern (1998).
- <sup>5</sup> Siehe z.B. Luo/Donthu (2001).
- <sup>6</sup> Auf diese wird in Abschnitt B.I noch näher eingegangen.
- <sup>7</sup> Pedraja-Chaparro/Salinas-Jimenez/Smith (1999), S. 636.
- <sup>8</sup> So z.B. bei Bouyssou (1999), S. 974.
- <sup>9</sup> Siehe die Analyse von Kleine (2001) zur Systematisierung und Verallgemeinerung von Abstandsmaßen bei der Effizienzmessung mittels DEA.
- <sup>10</sup> Gerade dieser Sachverhalt wird in der DEA Literatur nur selten thematisiert, etwa von Belton/Stewart (1999), S. 91, die verlaublich, dass „it is impossible to escape value judgements in the building of a DEA model; the selection of inputs and outputs is in itself inherently subjective“.
- <sup>11</sup> Eine aktuelle Literaturübersicht zu Energie- und Umweltstudien mittels DEA geben Zhou/Ang/Poh (2008). Erwünschter Input wie etwa Müll wird dabei bislang kaum thematisiert (Ausnahme: Dyckhoff/Allen 2001).
- <sup>12</sup> In der Reihenfolge der aufgeführten Problemlösungsansätze vgl. z.B. Seiford/Zhu (2002), Lovell/Pastor/Turner (1995) und Athanassopoulos/Lambroukos/Seiford (1999).
- <sup>13</sup> Vgl. z.B. Färe/Grosskopf/Tyteca (1996). Mit ihrem neuen Ansatz der sogenannten „directional distance function“ betonen Färe und Grosskopf (2003, S. 45ff.) allerdings die Bedeutung einer systematischen Behandlung unerwünschter Outputs. Beide Autoren bewegen sich als (volkswirtschaftlich geprägte) Produktionstheoretiker aber eher am (kritischen) Rand der „DEA-Community“.
- <sup>14</sup> Vgl. z.B. Avkiran (2006).
- <sup>15</sup> Vgl. Cook/Zhu (2007), S. 696.
- <sup>16</sup> Vgl. z.B. Zaim (2004) bzw. Parkin/Hollingsworth (1997).
- <sup>17</sup> Etwa im Verständnis von Roll/Cook (1993).
- <sup>18</sup> Uns ist allerdings mit Ausnahme von Dyckhoff (2006, S. 176ff.) kein anderes Lehrbuch der Produktionstheorie bekannt, welches die DEA behandelt und systematisch aus der Theorie ableitet (bei Dyckhoff seit der 2. Auflage 1998, aufbauend auf Dyckhoff/Allen 1997).
- <sup>19</sup> Vgl. Dyckhoff/Allen (1999), S. 419.
- <sup>20</sup> Vgl. dazu auch Kleine (2001).
- <sup>21</sup> Bouyssou (1999), S. 974. (DMU steht bekanntlich für „decision making unit“.)
- <sup>22</sup> Einen entsprechenden Überblick verschaffen Belton/Stewart (1999), S. 89.
- <sup>23</sup> Siehe dazu etwa die entsprechende Kritik von Stewart (1994), S. 206, an einem konkreten Vorschlag von Doyle/Green (1993) zur Verknüpfung von DEA und MCDM.
- <sup>24</sup> Unabhängig von Halme et al. (1999) hat auch Kleine (2001) grundsätzlich ähnliche Überlegungen vorgestellt, indem er die verschiedenen Abstandsmaße entscheidungstheoretisch interpretiert und systematisiert hat. Ein anderer, in der DEA häufig gegangener Weg zur Berücksichtigung exogener Bewertungen besteht in der Einführung zusätzlicher Restriktionen an die Gewichtungswahl (z.B. mittels sogenannter „assurance regions“; vgl. Podinovski (2004) und Thanassoulis/Portela/Allen 2004)). Allerdings eignen sie sich eher zur Wiedergabe objektiver Informationen wie Marktpreisen als für skalen-invariante subjektive Werturteile (vgl. Madlener/Antunes/Dias (2008), S. 3).
- <sup>25</sup> So bezeichnet von Dyckhoff/Allen (2001), S. 318, in der Publikation ihres Modells. Auf den Ansatz einer verallgemeinerten DEA und den Arbeitsbericht von 1997 wird bereits bei Dyckhoff und Allen (1999), S. 433, insbesondere Fußnote 55, hingewiesen.
- <sup>26</sup> Siehe Dyckhoff (2003) sowie in ihren Ursprüngen Dyckhoff (1992, S. 62ff.). Erste Überlegungen, wie diese Theorie zur Vermeidung von Fallstricken sowie auch für die Effektivitätsmessung mittels DEA fruchtbar gemacht werden kann, finden sich bei Dyckhoff und Gilles (2004).
- <sup>27</sup> Vgl. hierzu sowie nachfolgend Dyckhoff (2003).
- <sup>28</sup> Unter „Produktion“ wird jeder Prozess der Transformation von Input in Output verstanden, der durch Menschen veranlasst ist und im Hinblick auf eine angestrebte, der Nutzenerhöhung (Wertschöpfung) dienende Leistung zielgerichtet gelenkt und systematisch vollzogen wird (vgl. Dyckhoff 2006, S. 3).

- <sup>29</sup> Vgl. Bamberg/Coenenberg/Krapp (2008), S. 2.
- <sup>30</sup> Sie wird auch „Produktionsmöglichkeitenmenge“ genannt. Aus entscheidungstheoretischer Sicht entspricht sie der Menge der realisierbaren Handlungsalternativen.
- <sup>31</sup> Vgl. Dyckhoff (2006), S. 64.
- <sup>32</sup> Vgl. etwa Dyckhoff (1992), S. 11ff. und 57ff.
- <sup>33</sup> Das Nettoprinzip ist also nicht unbedingt lediglich ein Spezialfall des Bruttoprinzips, bei dem sich der Nettooutput bzw. Nettoinput als Saldo von Bruttooutput und Bruttoinput ergibt. Eine solche Saldierung ist nämlich nur dann möglich, wenn der Zeitpunkt der Verfügbarkeit für die Unterscheidung von Objektbeständen (z.B. Maschinen oder Werkzeuge) hinsichtlich ihrer Qualität und räumlichen Position nicht unmittelbar relevant ist, sodass die Differenz aus End- und Anfangsbestand gebildet werden darf (vgl. Dyckhoff 2006, S. 46ff.). Bei Gebrauchsfaktoren ist der so gemäß des engeren Nettoprinzips interpretierte Saldo dann stets gleich Null.
- <sup>34</sup> Natürlich gibt es auch nicht vom Produzenten beeinflussbare („nicht-diskretionäre“) Faktoren, wie etwa das Wetter, die Konkurrenzsituation oder die öffentliche Infrastruktur (Umfeldparameter und Zusatzfaktoren; vgl. Dyckhoff 2006, S. 44 und 361), die insbesondere beim Bruttoprinzip zum Input gezählt werden (können). Sie lassen sich jedoch formal ebenfalls als Konsequenz der Handlungsalternative des Produzenten abbilden.
- <sup>35</sup> Die Eineindeutigkeit (Bijektion) stellt dabei keine Einschränkung der Allgemeinheit dar. Entweder kann man mehrere Alternativen mit gleicher Input-Output-Beschreibung miteinander identifizieren oder aber die wesentlichen sie unterscheidenden Eigenschaften in die Inputs und Outputs integrieren.
- <sup>36</sup> Bei Entscheidungen unter Unsicherheit beschreibt  $(x;y)$  auch die verschiedenen Konsequenzen bei den als möglich erachteten zukünftigen Umfeldzuständen  $z$  (Szenarios), stellt also im Risikofall ggf. eine Zufallsvariable dar.
- <sup>37</sup> Da es kaum zu Missverständnissen kommen kann, wird nachfolgend in der Regel das Transpositionszeichen bei Vektoren weggelassen.
- <sup>38</sup> Entscheidungstheoretisch entspricht die Matrix  $\mathbf{M}^A$  der (transponierten) Ergebnismatrix bei Sicherheit und mehreren Ergebniskriterien (vgl. Bamberg/Coenenberg/Krapp 2008, S. 27).
- <sup>39</sup> Es genügt, wenn die Technik nur im relevanten Bereich konvex bzw. linear ist, wie das Beispiel bei Dyckhoff (2006), S. 178, zeigt. (FDH-Modelle werden hier nicht zu den DEA-Modellen gerechnet.)
- <sup>40</sup> Vgl. Dyckhoff (2006), S. 87, oder Fandel (2005), S. 44. Die in der „Ergebnismatrix“  $\mathbf{M}^A$  zusammengefassten Input/Output-Vektoren der PE (vgl. Anmerkung 38) werden somit bei der DEA produktionstheoretisch als eine Technikmatrix aufgefasst (bei Fandel „Produktionsmatrix“ genannt), aus der neue realisierbare Aktivitäten gebildet werden.
- <sup>41</sup> Vgl. beispielsweise Wilken (2007), S. 16.
- <sup>42</sup> Vgl. auch Dyckhoff/Gilles (2004), S. 773ff.
- <sup>43</sup> Angelehnt an das Beispiel 5.1 bei Dyckhoff (1992), S. 62ff.
- <sup>44</sup> Vgl. zu dieser Problematik schon das Beispiel bei Dyckhoff/Gilles (2004), S. 776.
- <sup>45</sup> Während die entsprechende Treibhauswirkung der Gase naturwissenschaftlich gut belegt ist (der Wert 14800 gilt allerdings nur für bestimmte Fluorkohlenwasserstoffe) und sich ihre Emissionen in der Regel relativ einfach messen lassen, ist der von ihnen durch ihre Immission in die Atmosphäre hervorgerufene Treibhauseffekt im Hinblick auf seine Auswirkungen auf die menschliche Gesellschaft nur schwer – insbesondere monetär – zu bewerten.
- <sup>46</sup> Diese Voraussetzung ist erfüllt, falls der Quotient  $\sum l_j / \sum k_i$  beschränkt ist.
- <sup>47</sup> Da jede ökonomische Aktivität auf der Umwandlung hochwertiger Energie (niedrige Entropie) in andere Energieformen beruht, welche weniger Arbeit zu leisten im Stande sind (hohe Entropie), ist der energetische Wirkungsgrad jeglicher Produktionsaktivität gemäß des Zweiten Hauptsatzes der Thermodynamik (Entropiegesetz) in einem isolierten System stets kleiner als Eins.
- <sup>48</sup> Man beachte dabei, dass die Differenz der (virtuellen) Erlöse und Kosten dann zwar zahlenmäßig durch Null nach oben beschränkt ist, deshalb aber noch keinen Sinn haben muss, also nicht ohne Weiteres etwa als Gewinn interpretiert werden kann, da Erlöse und Kosten nach wie vor in verschiedenen Maßeinheiten gemessen sein können (der Faktor „1“ ist in diesem Fall nicht dimensionslos)!
- <sup>49</sup> Um ineffiziente bzw. schwach effiziente Lösungen zu vermeiden, die aus Gewichtungen einzelner Aufwendungen und Erträge mit Null resultieren können, dürften eigentlich nur positive Gewichtungen  $\mathbf{v} > \mathbf{0}$  und  $\boldsymbol{\mu} > \mathbf{0}$  zugelassen werden. Da solche offenen Intervalle der Variablen aber im Allgemeinen zu keinem (erreichbaren) Maximum, sondern nur zu einem (beliebig approximierbaren) Supremum führen, werden bei der DEA ineffiziente Lösungen über anderweitige Modifikationen der Berechnungen vermieden. Weil dieser Aspekt in gleicher Weise die aDEA wie auch schon die DEA betrifft, wird darauf in diesem Beitrag nicht weiter eingegangen.

- 
- <sup>50</sup> Gemäß Anmerkung 49 ignorieren wir hier der Einfachheit halber die Problematik der eventuell nur schwachen Effizienz der Lösungen (radial) orientierter Modelle im Unterschied zu den unorientierten (additiven) Modellen.
- <sup>51</sup> Zur methodischen Unterstützung werden in der entscheidungstheoretischen Literatur diverse Techniken vorgeschlagen; vgl. z.B. Keeney (1992), Kap. 3 bis 6., und Eisenführ/Weber (2003), Kap. 3.
- <sup>52</sup> Die Charakterisierung der aDEA-Schritte als *Teilaufgaben* gegenüber den DEA-Schritten als *Teilentscheidungen* (vgl. Abbildung 1) betont, dass diese Teilaufgaben explizit wahrzunehmen sind.
- <sup>53</sup> Vgl. zu diesem Beispiel Dyckhoff/Rassenhövel/Gilles/Schmitz (2005), S. 65.
- <sup>54</sup> Vgl. Hornbostel (1997), S. 234.
- <sup>55</sup> Umweltverschmutzung könnte zum einen als Nebenfolge der Forschung selbst, zum anderen als Nebenfolge des Forschungsergebnisses eine Rolle spielen.

## Zusammenfassung

Die Data Envelopment Analysis (DEA) ist ein vom Grundsatz her sehr leistungsfähiges Instrument zur Messung der relativen Effizienz produktiver Einheiten. Allerdings geht ihr Einsatz mit einer Fülle von Problemen und darauf beruhender Fallstricke einher, welche die Validität der Messergebnisse erheblich beeinträchtigen können. Der Fokus liegt im Beitrag auf solchen Problemen, die in Zusammenhang mit den Inputs und Outputs als Basis für die Performancemessung stehen. Entsprechende Fallstricke resultieren aus der Notwendigkeit zur Auswahl und Interpretation dieser Inputs und Outputs. Es wird gezeigt, dass für die betrachteten Probleme bislang kein allgemein akzeptiertes Lösungskonzept existiert, weil es der DEA an einem adäquaten theoretischen Fundament mangelt. Zur Begründung eines solchen Fundaments bietet sich die entscheidungsorientierte Produktionstheorie an, die zu einer modelltheoretisch verallgemeinerten DEA führt. Eine Anwendung der verallgemeinerten DEA-Modelle erfordert es, den Denkraum zur Messung der relativen Performance produktiver Einheiten zu erweitern. Die diesbezüglichen Überlegungen münden in die Methodik einer *Advanced DEA* (aDEA), deren Zweck die Sicherstellung der Validität der Performancemessung ist.

## Summary

The application of Data Envelopment Analysis (DEA) for measuring the relative efficiency of production units goes along with a number of pitfalls that may seriously affect the validity of the results. The paper especially addresses problems concerning the inputs and outputs as basis for performance determination. Corresponding pitfalls result from the necessity to select and interpret these inputs and outputs. It is shown that no generally accepted methods exist to solve the problems because an adequate theoretic fundament for DEA is missing. In order to establish such a fundament, the so-called decision-oriented production theory is applied, leading to a generalized DEA approach. The respective generalized DEA models require a new way of thinking how to measure relative efficiency. Corresponding considerations lead to the methodology of an *Advanced DEA* (aDEA); it aims at ensuring the validity of performance measurement.